

科技部補助專題研究計畫成果報告 期末報告

考慮扭曲硬化之塑性異向性模式的評估與應用(2/3~3/3)

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：MOST 103-2221-E-157-001-

執行期間：103年08月01日至104年09月30日

執行單位：中華學校財團法人中華科技大學航空機械系

計畫主持人：呂學育

計畫參與人員：碩士班研究生-兼任助理人員：曹佑誠

碩士班研究生-兼任助理人員：彭彥翔

碩士班研究生-兼任助理人員：王穎諄

碩士班研究生-兼任助理人員：蘇承維

報告附件：出席國際會議研究心得報告及發表論文

處理方式：

1. 公開資訊：本計畫可公開查詢

2. 「本研究」是否已有嚴重損及公共利益之發現：否

3. 「本報告」是否建議提供政府單位施政參考：否

中 華 民 國 104 年 11 月 28 日

中文摘要：本報告呈現原規劃為三年期計畫的第二年成果，此原規劃為三年期計畫的最終目的致力於循環彈塑性問題的降伏面扭曲之特徵現象的模擬，藉以建立循環彈塑性現象的準確及有效率的數值探討，進而深入掌握影響參數及先進組成律之開發與修正。

本報告分成二部分，其中第一部分呈現發表於「中華民國力學學會第三十九屆全國力學會議」的成果，其中第二部分呈現「2015中華民國航太學會學術研討會」的成果。

工程結構，如道路鋪面、鐵路軌道、電廠管路、渦輪轉子及飛機結構等，常遭逢循環負荷作用，其導致的循環塑性現象，包括初期的塑性反應，最後可能形成彈性安定，或塑性應變交變的塑性安定，抑或塑性應變累積的棘齒而導致破壞。基於結構設計及安全評估，棘齒等複雜循環塑性反應的掌握，不僅為設計法規所重視，也一直為重要之研究議題。基於現有各類型的走動式硬化或等向性/走動式混合硬化等先進組成律，因無法描述由試驗觀察的降伏面扭曲現象，棘齒現象的模擬尚無法有廣泛上的滿意結果。

本原規劃三年期計畫之第二年致力於考慮扭曲硬化之塑性異向性模式的分析模式建立，基於ABAQUS所提供使用者材料副程式的功能，編寫模擬材料降伏面扭曲現象，以提升擴充ABAQUS的考慮循環負荷作用之彈塑性分析功能。分析案例採用CS1026材料，探討其彈性安定、棘齒、低週期疲勞破壞等行為，分析結果並與文獻上的實驗結果及數值分析結果比較，以驗證副程式編寫之正確性。

中文關鍵詞：塑性異向性，等向性硬化，走動式硬化，扭曲硬化，彈性安定，棘齒，低週期疲勞破壞，有限元素法。

英文摘要：The report presents the research result of the second-year phase of a proposed three-year ranged project. The ultimate goal of the three-year ranged project is to contribute to the development and improvement of advanced constitutive models for simulations of cyclic plasticity phenomena. The report consists of two parts. In the first part, we present the results published in The 39th National Conference on Theoretical and Applied Mechanics, 2015. In the second part, we then show the results presented in 2015 AASRC Conference, 2015.

Engineering components and structures are often exposed to cyclic loads. Structures of elastic-plastic materials under cyclic loads may behave in some cyclic plasticity phenomena such as elastic shakedown, ratcheting and plastic shakedown. Considerable experimental, theoretical and numerical attention has been paid to uniaxial/multi-axial ratcheting. However, it is found kinematic hardening models are not general enough to simulate the uniaxial and biaxial ratcheting experiments. The deficiencies of kinematic hardening models may be attributed to the fact that yield surface distortion is neglected.

In the project, we aim to take yield surface distortion into account in order to investigate cyclic elastic-plastic

behavior. We enhance the capability of ABAQUS in the simulation of yield surface distortion by editing the user subroutine. Case studies are performed by ABAQUS and compare with those experimental and numerical results in the literature. The present numerical results agree well with those experimental results available in the literature.

英文關鍵詞： plastic anisotropy, isotropic hardening, kinematic hardening, distortional hardening, elastic shakedown, ratcheting, plastic shakedown, finite-element method.

摘要

本報告呈現原規劃為三年期計畫的第二年成果，此原規劃為三年期計畫的最終目的致力於循環彈塑性問題的降伏面扭曲之特徵現象的模擬，藉以建立循環彈塑性現象的準確及有效率的數值探討，進而深入掌握影響參數及先進組成律之開發與修正。

本報告分成二部分，其中第一部分呈現發表於「中華民國力學學會第三十九屆全國力學會議」的成果，其中第二部分呈現「2015 中華民國航太學會學術研討會」的成果。

工程結構，如道路鋪面、鐵路軌道、電廠管路、渦輪轉子及飛機結構等，常遭逢循環負荷作用，其導致的循環塑性現象，包括初期的塑性反應，最後可能形成彈性安定，或塑性應變交變的塑性安定，抑或塑性應變累積的棘齒而導致破壞。基於結構設計及安全評估，棘齒等複雜循環塑性反應的掌握，不僅為設計法規所重視，也一直為重要之研究議題。基於現有各類型的走動式硬化或等向性/走動式混合硬化等先進組成律，因無法描述由試驗觀察的降伏面扭曲現象，棘齒現象的模擬尚無法有廣泛上的滿意結果。

本原規劃三年期計畫之第二年致力於考慮扭曲硬化之塑性異向性模式的分析模式建立，基於 ABAQUS 所提供使用者材料副程式的功能，編寫模擬材料降伏面扭曲現象，以提升擴充 ABAQUS 的考慮循環負荷作用之彈塑性分析功能。分析案例採用 CS1026 材料，探討其彈性安定、棘齒、低週期疲勞破壞等行為，分析結果並與文獻上的實驗結果及數值分析結果比較，以驗證副程式編寫之正確性。

關鍵字：塑性異向性，等向性硬化，走動式硬化，扭曲硬化，彈性安定，棘齒，低週期疲勞破壞，有限元素法。

ABSTRACT

The report presents the research result of the second-year phase of a proposed three-year ranged project. The ultimate goal of the three-year ranged project is to contribute to the development and improvement of advanced constitutive models for simulations of cyclic plasticity phenomena. The report consists of two parts. In the first part, we present the results published in The 39th National Conference on Theoretical and Applied Mechanics, 2015. In the second part, we then show the results presented in 2015 AASRC Conference, 2015.

Engineering components and structures are often exposed to cyclic loads. Structures of elastic-plastic materials under cyclic loads may behave in some cyclic plasticity phenomena such as elastic shakedown, ratcheting and plastic shakedown. Considerable experimental, theoretical and numerical attention has been paid to uniaxial/multi-axial ratcheting. However, it is found kinematic hardening models are not general enough to simulate the uniaxial and biaxial ratcheting experiments. The deficiencies of kinematic hardening models may be attributed to the fact that yield surface distortion is neglected.

In the project, we aim to take yield surface distortion into account in order to investigate cyclic elastic-plastic behavior. We enhance the capability of ABAQUS in the simulation of yield surface distortion by editing the user subroutine. Case studies are performed by ABAQUS and compare with those experimental and numerical results in the literature. The present numerical results agree well with those experimental results available in the literature.

Keywords: plastic anisotropy, isotropic hardening, kinematic hardening, distortional hardening, elastic shakedown, ratcheting, plastic shakedown, finite-element method.

Contents

考慮降伏面扭曲之分析模式建立與驗證	4
(Simulation of yield surface distortion and verification)	
考慮降伏面扭曲的棘輪分析	12
(Ratcheting Analysis Considering Yield Surface Distortion)	
Self-Evaluation of Research Results	21

考慮降伏面扭曲之分析模式建立與驗證

呂學育¹、廖國基²、蘇承維³、彭彥翔³

¹ 中華科技大學航空機械系

² 國立臺灣大學生物產業機電工程學系

³ 中華科技大學飛機系統工程碩士班

E-mail: syleu@cc.cust.edu.tw

科技部計畫編號: MOST 103-2221-E-157-001-

摘要

有限元素商業化分析軟體具有泛用之彈塑性分析功能，惟均尚未能提供考慮降伏面扭曲的模擬功能。本文基於 ABAQUS 所提供使用者材料副程式的功能，考慮材料降伏面扭曲現象，採用文獻上所推導的扭曲硬化模式，編寫模擬材料降伏面扭曲現象，以擴充 ABAQUS 的考慮循環負荷作用之彈塑性分析功能，以準確探討結構承受循環負荷作用下之彈塑性行為。分析案例採用 CS1026 材料，探討其循環彈塑性行為，分析結果並與實驗結果及文獻上數值分析結果比較，以驗證副程式編寫之正確性。

關鍵詞: 降伏面扭曲、有限元素彈塑性分析、單軸循環負荷、棘輪。

1. 前言

一般工程結構，如航空、建築、機械等工程，常遭逢循環式負載作用，對於結構而言，結構承受外力負載時的反應，取決於負載的大小與型態，會產生不同的結構行為。當結構承受單調式負載時，反應之應力小於降伏強度時，結構將呈現純彈性行為，若結構所受的負載超過承載能力(loading capacity)，則結構將呈現塑性崩潰(plastic collapse)。且負荷大小在某個範圍內，則可能發生彈性安定(elastic shakedown)、低週期疲勞破壞(low-cycle fatigue failure)或稱交替塑性破壞 (alternating plasticity)、累積塑性破壞(incremental plastic collapse or ratcheting)或稱棘輪反應。如圖 1 所示[1]。

當結構承受循環式負載時，在起初幾個週期內結構發生了塑性應變，之後未再發生新的塑性應變，而呈現純彈性行為，則稱為彈性安定。若作用在結構上的循環式負載超過安定負載時，而結構發生正負交替之塑性變形，此時結構內部之塑性應變並未累加，結構將發生低週期疲勞破壞，此行為稱交替塑性破壞。若作用在結構上的循環式負載超過安定負載時，且塑性應變不斷的增加，稱為累積塑性破壞，或稱為棘輪反應。

由以上可知，因為實際結構所承受的負荷常為循環式負荷，所以能準確地預估結構承受循環式負荷下的彈塑性行為，對於結構安全來說是一項不可忽視的重要議題。

2. 研究動機與目的

為了能準確地預估結構承受循環式負荷下的彈塑性行為，已成為文獻上的重要議題，相關文獻如[2-6]。其中以文獻[4]考慮扭曲硬化(distortional hardening)，所以能準確預估降伏面扭曲的行為，以利驗證降伏面扭曲硬化材料的重要性。

有限元素分析軟體雖然建模速度快、分析計算效率高、後處理簡單及便利，但是無法準確預估扭曲硬化行為。這樣應用於工程上的計算，相較之下較不方便。因此，本文利用有限元素分析軟體 ABAQUS (2014)的分析功能，並利用其所提供使用者材料副程式(UMAT)，編寫考慮降伏面扭曲現象，建構完整材料數值分析模式，以利結構設計與分析，並與實驗結果[2]及文獻上數值分析結果[4]比對，以驗證本研究所建構之扭曲硬化模式正確性。

3. 研究方法

承受循環式負荷作用的材料，硬化行為多考慮混和式硬化模式或走動式硬化模式，如圖 2[7]。阿姆斯特朗-弗雷德里克走動式硬化模式[8]是廣為應用的走動式硬化模式，其將背應力變化率 $\dot{X}$ 表示為

$$\dot{X} = \frac{2}{3} C \dot{\epsilon} - \gamma X \dot{\epsilon} \quad (1)$$

其中

X 為降伏中心的移動量之背應力

C 和 γ 為材料參數

$\dot{\epsilon}$ 為塑性應變率

$\dot{\epsilon}_e$ 為等效應變率

在文獻上[4]結合 Chaboche 走動硬化模式及考慮降伏面平移、旋轉與脹縮[9]來模擬降伏面扭曲，其關係式如下

$$F = F_0 + F_1 - \frac{2}{3}\alpha_{ij}^2 \quad (2)$$

$$F_0 = (S_{ij} - \alpha_{ij})(S_{ij} - \alpha_{ij}) \quad (3)$$

$$F_1 = A_0 e_{ij}^2 e_{kl}^2 (S_{ij} - \alpha_{ij})(S_{kl} - \alpha_{kl}) \quad (4)$$

其中

S_{ij} 為偏應力

α_{ij} 為偏背應力張量

A_0 為表示降伏面的膨脹或收縮的純量

4. 問題描述

文中考慮承受軸向循環式負荷作用之結構，其試件幾何參考於[10]其半徑為 30mm，而內徑為 11.17mm，如圖 4 所示。分析案例中，考慮四組 C, γ ，而硬化行為以 Chaboche 走動式硬化模式以及 Baltov 模式考慮降伏面的平移、旋轉與膨脹，而降伏行為則遵循慣用的 Von Mises 降伏準則。所考慮之材料參數是依據文獻上的 CS1026 碳鋼參數[4]，如表 1 所示。

5. 分析結果與討論

本文為了能夠精確的模擬實驗結果[2]，利用有限元素分析軟體 ABAQUS 所提供使用者材料副程式(UMAT)，編寫降伏面扭曲現象，以利結構分析，其中考慮負載作用總歷時

$T_{step-by-step} = 2700$ 秒，每 $t = 60$ 秒為一次循環週期，如圖 5。

案例一：考慮相同的應力振幅(stress amplitude)為 220.6(MPa)，但不同的平均應力(mean stress)分別為 28.8MPa、45MPa、63MPa。平均應力為 28.8MPa 循環負載最大值為 $\sigma_{max} = 249.4$ 、最小值為 $\sigma_{min} = -191.8$ ，如圖 6 所示。平均應力為 45MPa 循環負載最大值為 $\sigma_{max} = 265.6$ 、最小值為 $\sigma_{min} = -175.6$ ，如圖 7 所示。平均應力為 63(MPa)循環負載最大值為 $\sigma_{max} = 283.9$ 、最小值為 $\sigma_{min} = -157.6$ ，如圖 8 所示。由應力與應變關係圖的變化情形判定，結構發生棘輪反應。由圖 9 的循環週期與應變關係圖之文獻上數值分析結果[4]及實驗結果[2]比較，當循環負荷的平均應力為 28.8MPa 時，本文分析結果與文獻上數值分析結果[4]較為吻合，與實驗結果[2]在第 15 個週期時開始產生誤差。平均應力為 45MPa，相較於文獻上數值分析結果[4]，本文分析結果與實驗結果[2]比對較為吻合。平均應力為 63MPa，相較於文獻上數值分析結果[4]，本文分析結果與實驗結果[2]比對較為吻合。

案例二：考慮相同的平均應力為 44.8MPa，但不同的應力振幅分別為 195.1MPa、209.3MPa、221.5MPa、229.5MPa。應力振幅為 195.1MPa 循環負載最大值為 $\sigma_{max} = 239.9$ 、最小值為 $\sigma_{min} = -150.3$ ，如圖 10 所示。應力振幅為 209.3MPa 循環負載最大值為 $\sigma_{max} = 254.1$ 、最小值為 $\sigma_{min} = -164.5$ ，如圖 11 所示。應力振幅為 221.5MPa 循環負載最大值為 $\sigma_{max} = 266.3$ 、最小值為 $\sigma_{min} = -176.7$ ，如圖 12 所示。應力振幅為 229.5MPa 循環負載最大值為 $\sigma_{max} = 274.3$ 、最小值為 $\sigma_{min} = -184.7$ ，如圖 13 所示。由應力與應變關係圖的變化情形判定，結構發生棘輪反應。由圖 14 的循環週期與應變關係圖之文獻上數值分析結果[4]及實驗結果[2]比較，當循環負荷的應力振幅為 195.1MPa 時，本文分析結果與文獻上數值分析結果[4]較為吻合，與實驗結果[2]在第 35 個週期時開始產生誤差。應力振幅為 209.3MPa，本文分析結果與文獻上數值分析結果[4]較為吻合，與實驗結果[2]在第 15 個週期時開始產生誤差。應力振幅為 221.5MPa，相較於文

獻上數值分析結果[4]，本文分析結果與實驗結果[2]比對較為吻合。應力振幅為 229.5MPa，相較於文獻上數值分析結果[4]，本文分析結果與實驗結果[2]比對較為吻合。

6. 結論

本研究利用 ABAQUS 使用者材料副程式功能，編寫副程式以考慮降伏面扭曲，進行彈塑性分析。結合 Chaboche 的走動式硬化與 Baltov 降伏面平移、旋轉與脹縮，建構完整的降伏面扭曲分析模式。

本研究使用材料為 CS1026 碳鋼，分析結果顯示，案例一平均應力為 45MPa 與平均應力為 63MPa 及案例二應力振幅為 221.5MPa 與應力振幅為 229.5MPa 與實驗結果[2]比對有良好的吻合，然而案例一平均應力為 28.8MPa 及案例二應力振幅為 195.1MPa 與應力振幅為 209.3MPa，與文獻上數值分析結果[4]較為吻合，雖然與實驗結果[2]略有誤差，但是整體的應變變形趨勢是差不多的。

本研究成果可提供不同類型的負荷及結構等相關彈塑性行為分析，未來也可延伸考慮不同材料降伏面扭曲現象的模擬。

7. 致謝

感謝科技部計畫(MOST 103-2221-E157-001-)在研究經費上的支持，在此特別致上謝意。

8. 參考文獻

- [1] M. Staat, and M. Heitzer, "LISA- a European Project for FEM- based limit and shakedown analysis," *John von Neumann Institute for Computing*, pp. 151-166 (Jun. 2001).
- [2] T. Hassan, and S. Kyriakides, "Ratcheting in cyclic plasticity, part I: uniaxial behavior," *International Journal of Plasticity*, pp. 91-116 (Jan. 1992).
- [3] J. L. Chaboche, "A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories," *International Journal of Plasticity*, pp. 1642-1693(Oct. 2008).
- [4] H. Rokhgireh, and A. Nayebi, "Cyclic uniaxial and multiaxial loading with yield surface distortion consideration on prediction of ratcheting," *Mechanics of Materials*, pp. 61-74(Apr. 2012).
- [5] M. Rezaiee-Pajand, and S. Sinaie, "On the calibration of the Chaboche hardening model and a modified hardening rule for uniaxial ratcheting prediction," *International Journal of Solids and Structures*, pp. 3009-3017(Aug. 2009).
- [6] A. H. Mahmoudi, S. M. Pezeshki-Najafabadi, and H. Badnava, "Parameter determination of Chaboche kinematic hardening model using a multi objective Genetic Algorithm," *Computational Materials Science*, pp. 1114-1122(Jan. 2011).
- [7] H. P. Feigenbaum, and Y. F. Dafalias, "Directional distortional hardening in metal plasticity within thermodynamics," *International Journal of Solids and Structures*, pp. 7526-7542(Nov. 2007).
- [8] P. J. Armstrong, and C. O. Frederick, "A mathematical representation of the multiaxial baushinger effect (CEGB Report RD/B/N/731)," *Berkeley: Berkeley Nuclear Laboratories*, (1966).
- [9] A. Baltov, and A. Sawczuk, "A rule of anisotropic hardening," *Acta Mechanica*, pp. 81-92(Jun. 1965).
- [10] L. Portier, S. Calloch, D. Marquis, and P. Gey, "Ratcheting under Tension-Torsion Loadings: Experiments and Modelling," *International Journal of Plasticity*, pp. 300-335 (Aug. 2000)

表 1 CS1026 碳鋼材料參數表

C_1	C_2	C_3	C_4
52103	26184	18600	1760
γ_1	γ_2	γ_3	γ_4
2194	1645	435	11.1
A_0	E	S_y	
-40	200	187	

C_1 、 C_2 、 C_3 、 C_4 、 S_y : MPa; E: GPa

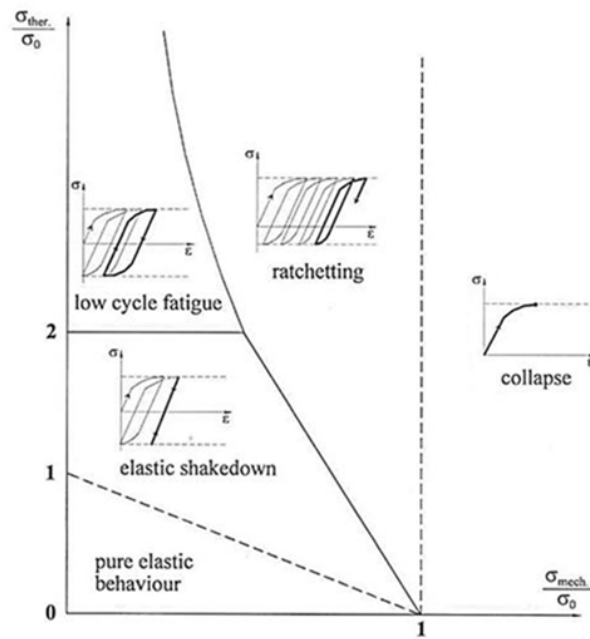


圖 1 彈塑性結構承受外力作用可能發生五種反應型態[1]

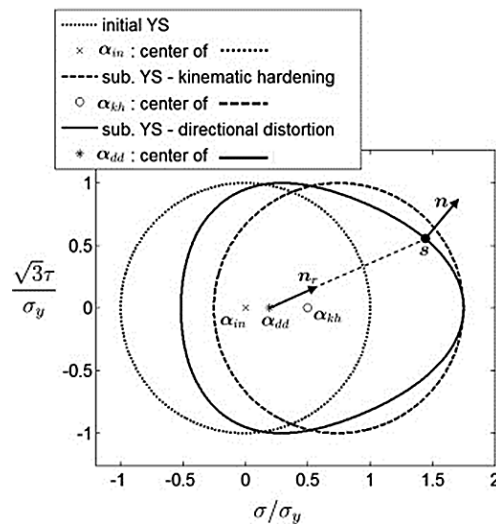
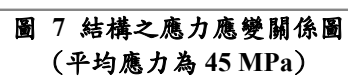
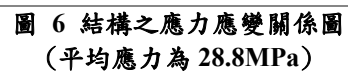
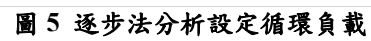
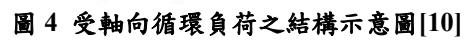


圖 2 走動式硬化與扭曲硬化示意圖[7]



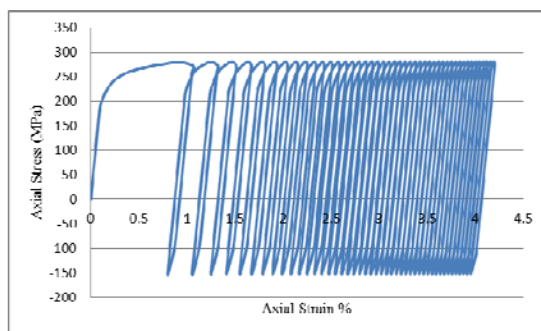


圖 8 結構之應力應變關係圖
(平均應力為 63 MPa)

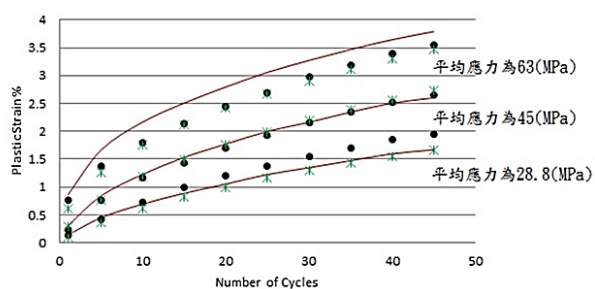


圖 9 循環週期與應變關係圖之實驗與
數值結果比較(案例一)
(●Experiment; — Rokhgireh & Nayebi (2012);
* Present)

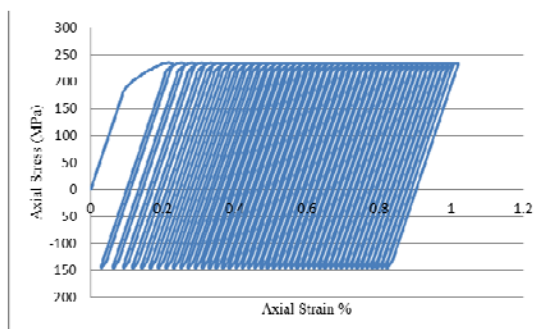


圖 10 結構之應力應變關係圖
(應力振幅為 195.1MPa)

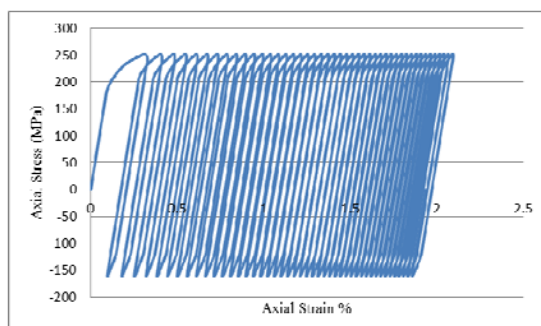


圖 11 結構之應力應變關係圖
(應力振幅為 209.3MPa)

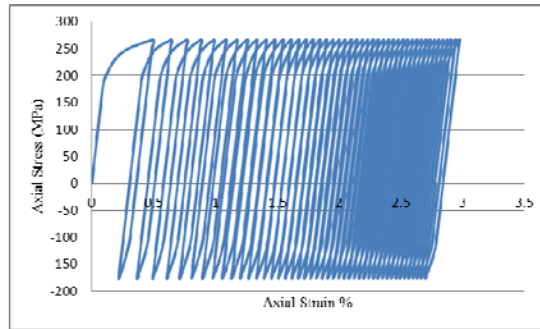


圖 12 結構之應力應變關係圖
(應力振幅為 221.5MPa)

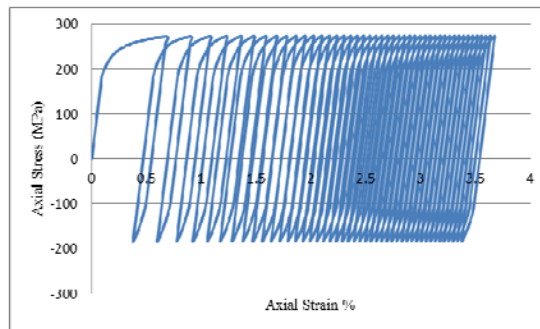


圖 13 結構之應力應變關係圖
(應力振幅為 229.5MPa)

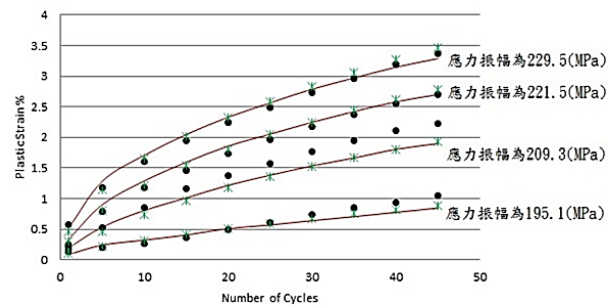


圖 14 循環週期與應變關係圖之實驗與
數值結果比較(案例二)
(●Experiment; — Rokhgireh & Nayebi (2012);
* Present)

考慮降伏面扭曲的棘輪分析

Ratcheting Analysis Considering Yield Surface Distortion

呂學育(S.-Y. Leu)^a 蘇承維(C.-W. Su)^b 彭彥翔(Y.-H. Peng)^b

^a 中華科技大學航空機械系

Department of Aviation Mechanical Engineering

^b 中華科技大學飛機系統工程碩士班

Graduate School of Aircraft System Engineering

摘要

本文嘗試考慮降伏面扭曲現象，以期較準確探討循環彈塑性行為。本文基於 ABAQUS 所提供使用者副程式的功能，採用文獻上所推導的扭曲硬化模式，編寫模擬材料降伏面扭曲現象，以擴充 ABAQUS 的考慮循環負荷作用之彈塑性分析功能。分析案例採用 CS1026 材料，探討其循環彈塑性行為，分析結果並與文獻上的實驗結果及數值分析結果比較。相較於文獻上僅考慮走動式硬化行為的分析結果，本文分析結果與實驗結果較為吻合。

關鍵字：降伏面扭曲、棘輪、有限元素彈塑性分析、單軸循環負荷。

Abstract

The article aims to take yield surface distortion into account in order to investigate cyclic elastic-plastic behavior. In the article, we enhance the capability of ABAQUS in the simulation of yield surface distortion by editing the user subroutine. The advanced constitutive model considering the distortional hardening available in the literature is adopted. Case studies are performed by ABAQUS and compare with those experimental and numerical results of CS1026 published in the literature. Compared to those numerical results in the literature based on kinematic hardening model, the present numerical results agree well with those experimental results available in the literature.

Keywords : Yield surface distortion 、Ratcheting 、Finite-element elastic-plastic analysis 、Cyclic uniaxial loading.

一、前言

工程結構常遭逢循環式負荷作用，而視循環負荷大小，其對應之彈塑性反應可能為彈性安定(elastic shakedown)、低週期疲勞破壞(low-cycle fatigue failure)或稱交替塑性破壞(alternating plasticity or plastic shakedown)、累積塑性破壞(incremental plastic collapse or ratcheting)或稱棘輪反應[1]。當結構承受循環負荷時，若在起初幾個週期內結構發生了塑性應變，之後則未再發生新的塑性應變，即呈現純彈性行為，則稱為彈性安定。若作用在結構上的循環負荷超過彈性安定負荷時，而結構發生正負交替之塑性變形，此時結構內部之塑性應變並未累加，結構將發生低週期疲勞破壞，此行為稱交替塑性破壞。另一方面，若作用在結構上的循環負荷超過彈性安定負荷時，塑性應變不斷的增加，則稱為累積塑性破壞或棘輪反應[1]。

為了能準確地預估結構承受循環式負荷下的彈塑性行為，文獻上已有不少在實驗、理論或數值模擬上之研究，相關之文獻如[2-6]所廣泛回顧，其中文獻[7-11]呈現實驗之結果，而文獻[12-16]則分別提出循環塑性組成律，以期合宜地模擬單軸或多軸之循環彈塑性行為。

在塑性力學中，依據關聯流動法則(associated flow rule)塑性應變增量，係與降伏面垂直。因此降伏面的形狀模擬，將影響塑性行為的分析結果準確性。另一方面，由實驗的觀察結果[如 17-20]，顯示結構承受循環負荷作用時，降伏面有扭曲現象發生，如圖 1 所示[21]。而文獻[3]也指出，走動式硬化模式因無法模擬降伏面扭曲現象，因此無法得到滿意的棘輪模擬結果。因此，降伏面扭曲現象的考慮[如 16, 22-23]，將可提升循環彈塑性行為的分析準確性，其中以文獻[16]結合 Chaboche 走動硬化模式[15]及考慮降伏面平移、旋轉與脹縮[14]，來模擬降伏面扭曲行為，並與文獻[9-10]實驗值做比對驗證。

另一方面，有限元素商業化軟體因具有泛用型功能，且建模迅速、分析計算有效率、後處理簡便，無疑是結構設計或安全評估的有力工具。然而，目前一般常用之有限元素商業化軟體如 ABAQUS、ANSYS，均尚無法準確預估扭曲硬化。這樣應用於工程上的計算，相較之下較不方便。因此，本文利用具有公認可信之有限元素套裝軟體 ABAQUS (2014)的分析功能，並利用其所提供使用者材料副程式，編寫考降伏面扭曲現象，建構完整材料數值分析模式，以利結構設計與分析，並與文獻上的實驗結果[9]及數值分析結果[16]比對，以驗證本研究所建構之扭曲硬化模式正確性。

二、文獻回顧與理論探討

承受循環式負荷作用的材料，硬化行為多考慮混和式硬化模式或走動式硬化模式，如圖 1[21]。阿姆斯特朗-弗雷德里克走動式硬化模式[13]是廣為應用的走動式硬化模式，其將背應力變化率 $\dot{\sigma}$ 表示為

$$\dot{\sigma} = \frac{2}{3} C \dot{\epsilon} - \gamma \dot{\epsilon} \quad (1)$$

其中

X 為降伏中心的移動量之背應力

C 和 γ 為材料參數

$\dot{\epsilon}$ 為塑性應變率

$\dot{\epsilon}_e$ 為等效應變率

另一方面，文獻[24]則基於 Chaboche 走動式硬化模式[15]，並使用三組 C 、 γ 來模擬循環彈塑性行為，並與實驗值[9]進行比對。在文獻上[16]則結合 Chaboche 走動硬化模式[15]及考慮降伏面平移、旋轉與脹縮[14]來模擬降伏面扭曲，其關係式如下

$$F = F_0 + F_1 - \frac{2}{3}\sigma_y^2 \quad (2)$$

$$F_0 = (S_{ij} - \alpha_{ij})(S_{ij} - \alpha_{ij}) \quad (3)$$

$$F_1 = A_0 \varepsilon_{ij}^p \varepsilon_{kl}^p (S_{ij} - \alpha_{ij})(S_{kl} - \alpha_{kl}) \quad (4)$$

其中

S_{ij} 為偏應力

α_{ij} 為偏背應力張量

A_0 為表示降伏面的膨脹或收縮的純量

三、問題描述

本文考慮降伏面扭曲之材料硬化性質，探討結構受單軸循環式負荷下結構之棘輪反應。文中採用公認可信的有限元素套裝軟體 ABAQUS(2014)，利用使用者副程式(UMAT)編寫材料之降伏面扭曲硬化模式，以模擬分析降伏面扭曲硬化材料性質之結構彈塑性行為，並與文獻上的實驗結果[9]及文獻上分析結果[24]。

本文考慮承受軸向循環式負荷作用之結構，其試件幾何半徑為 30mm，而內徑為 11.17mm，如圖 2[25]。分析案例中，考慮四組 C, γ ，而硬化行為以 Chaboche 走動式硬化模式[15]以及 Baltov 模式[14]考慮降伏面的平移、旋轉與膨脹，而降伏行為則遵循慣用的 Von Mises 降伏準則。所考慮之材料參數是依據文獻上的 CS1026 碳鋼參數[16]，如表 1 所示。

四、數值分析模式建立

本文所考量結構之幾何及材料性質為軸對稱，因此將問題簡化為如圖 3 所示之 5° 分析模式，其中對稱條件施加於兩側邊界，分析模式採用 ABAQUS 提供的八節點實體元素 C3D8 進行結構彈塑性分析，分析網格切割成 535 個元素，如圖 4 所示。並應用 ABAQUS 提供之使用者材料副程式(UMAT)的功能，編寫文獻[16]所推導之降伏面扭曲模式。

五、分析結果

本文基於文獻[16]所推導之考慮降伏面扭曲之模式，兼具 Chaboche 走動式硬化模式以及 Baltov 模式考慮降伏面的平移、旋轉與膨脹，而降伏行為則遵循慣用的 Von Mises 降伏準則。所考慮之材料參數是依據文獻上[16]的 CS1026 碳鋼參數。分析案例分別考慮不同的平均應力(mean stress)及應力振幅(stress amplitude)。其中考慮負載作用總歷時 $T_{step-by-step} = 2700$ 秒，每 $t = 60$ 秒為一次循環週期，如圖 5。

5.1 案例一

平均應力與應力振幅分別為 45(MPa)、220.6(MPa)，循環負載最大值為 $\sigma_{max} = 265.6$ 、最小值為 $\sigma_{min} = -175.6$ ，由圖 6 的應變之循環次數變化情形將分析結果與文獻上實驗結果[9]及文獻上分析結果[24]做比對，相較於文獻分析結果[9]，本文分析結果與文獻實驗分析[24]比對較為吻合。

5.2 案例二

平均應力與應力振幅分別為 63(MPa)、220.6(MPa)，循環負載最大值為 $\sigma_{max} = 283.6$ 、最小值為 $\sigma_{min} = -157.6$ ，由圖 7 的應變之循環次數變化情形將分析結果與文獻上實驗結果[9]及文獻上分析結果[24]做比對，相較於文獻分析結果[9]，本文分析結果與文獻實驗分析[24]比對較為

吻合。

5.3 案例三

平均應力與應力振幅分別為 44.8(MPa)、221.5(MPa)，循環負載最大值為 $\sigma_{max} = 266.3$ 、最小值為 $\sigma_{min} = -176.7$ ，由圖 8 的應變之循環次數變化情形將分析結果與文獻上實驗結果[9]及文獻上分析結果[24]做比對，相較於文獻分析結果[9]，本文分析結果與文獻實驗分析[24]比對較為吻合。

5.4 案例四

平均應力與應力振幅分別為 44.8 (MPa)、229.5(MPa)，循環負載最大值為 $\sigma_{max} = 274.3$ 、最小值為 $\sigma_{min} = -184.7$ ，由圖 9 的應變之循環次數變化情形將分析結果與文獻上實驗結果[9]及文獻上分析結果[24]做比對，相較於文獻分析結果[9]，本文分析結果與文獻實驗分析[24]比對較為吻合。

六、結論

本研究利用 ABAQUS 使用者材料副程式功能，編寫副程式以考慮降伏面扭曲，進行彈塑性分析。結合 Chaboche 的走動式硬化[15]與 Baltov[14]降伏面平移、旋轉與脹縮，建構完整的降伏面扭曲分析模式。本文探討對象針對 CS1026 碳鋼材料，進行降伏面扭曲分析模式，並與文獻上實驗結果[9]以及文獻上分析結果[24]比較。由四個分析案例結果顯示，不同的平均應力與應力振幅會影響應力應變的分析結果；相較於文獻[24]僅考慮走動式硬化行為，本文分析結果與實驗結果[9]較為吻合。

誌謝

本文研究內容執行期間，承蒙科技部計畫(編號: MOST 103-2221-E157-001-)在研究經費上的支持，在此特別致上謝意。

參考文獻

- [1] König, J. A., Shakedown of elastic-plastic structure, Elsevier; 1987.
- [2] Abdel-Karim, M., “An Evaluation for Several Kinematic Hardening Rules on Prediction of Multiaxial Stress-controlled Ratcheting”, International Journal of Plasticity, pp. 711-730, May 2010.
- [3] Bari, S. and Hassan, T., “An Advancement in Cyclic Plasticity Modeling for Multiaxial Ratcheting Simulation”, International Journal of Plasticity, pp. 873-894, July 2002.
- [4] Chen, X., Chen, X., Yu, D. and Gao, B., “Recent Progresses in Experimental Investigation and Finite Element Analysis of Ratcheting in Pressurized Piping”, International Journal of Pressure Vessels and Piping, pp. 113-142, January 2013.
- [5] Kang, G., “Ratchetting: Recent Progresses in Phenomena Observation Constitutive Modeling and Application”, International Journal of Fatigue, pp. 1448-1472, January 2015
- [6] Ohno, N., “Recent Progress in Constitutive Modeling for Ratcheting”, Materials Science Research International, pp. 1-9, January 1997.

- [7] Feaugas, X. and Gaudin, C., “Ratchetting Process in the Stainless Steel AISI 316L at 300K: An Experimental Investigation”, *International Journal of Plasticity*, pp. 643-662, April 2004.
- [8] Benallal, A., Le Gallo, P. and Marquis, D., “An Experimental Investigation of Cyclic Hardening of 316 Stainless Steel and of 2024 Aluminum Alloy under Multiaxial Loading”, *Nuclear Engineering and Design*, pp. 345-353, June 1989.
- [9] Hassan, T. and Kyriakides, S., “Ratcheting in Cyclic Plasticity, Part I: Uniaxial Behavior”, *International Journal of Plasticity*, pp. 91-116, January 1992.
- [10] Hassan, T., Corona, E. and Kyriakides, S., “Ratcheting in Cyclic Plasticity, Part II: Multiaxial Behavior”, *International Journal of Plasticity*, pp. 117-146, January 1992.
- [11] Hassan, T., Taleb, L. and Krishna, S., “Influence of Non-proportional Loading on Ratcheting Responses and Simulations by Two Recent Cyclic Plasticity Models”, *International Journal of Plasticity*, pp. 1863-1889, October 2008.
- [12] Abdel-Karim, M., “Modified Kinematic Hardening Rules for Simulations of Ratcheting”, *International Journal of Plasticity*, pp. 1560-1587, August 2009.
- [13] Armstrong, P. J. and Frederick, C. O., “A Mathematical Representation of the Multiaxial Bauschinger Effect (CEGB Report RD/B/N/731)”, Berkeley: Berkeley Nuclear Laboratories, 1966.
- [14] Baltov, A. and Sawczuk, A., “A Rule of Anisotropic Hardening”, *Acta Mechanica*, pp. 81-92, June 1965.
- [15] Chaboche, J. L., “On Some Modifications of Kinematic Hardening to Improve the Description of Ratcheting Effects”, *International Journal of Plasticity*, pp. 661-678, January 1991.
- [16] Rokhgireh, H. and Nayeibi, A., “Cyclic Uniaxial and Multiaxial Loading with Yield Surface Distortion Consideration on Prediction of Ratcheting”, *Mechanics of Materials*, pp. 61-74, April 2012.
- [17] Phillips, A. and Ricciuti, M., “Fundamental Experiments in Plasticity and Creep of Aluminum-Extension of Previous Results”, *International Journal of Solids and Structures*, pp. 159-171, December 1976.
- [18] Phillips, A. and Tang, J. L., “The Effect of Loading Path on the Yield Surface at Elevated Temperatures”, *International Journal of Solids and Structures*, pp. 463-474, April 1972.
- [19] Phillips, A., Liu, C. S. and Justusson, J. W., “An Experimental Investigation of Yield Surfaces at Elevated Temperatures”, *Acta Mechanica*, pp. 119-146, June 1972.
- [20] Phillips, A., Tang, J. L. and Ricciuti, M., “Some Observations on Yield Surfaces”, *Acta Mechanica*, pp. 23-29, March 1974.
- [21] Feigenbaum, H. P. and Dafalias, Y. F., “Directional distortional hardening in metal plasticity within thermodynamics”, *International Journal of Solids and Structures*, pp. 7526–7542, November 2007.
- [22] Feigenbaum, H. P., Dugdale, J., Dafalias, Y. F., Kourousis, K. I. and Plesek, J., “Multiaxial Ratcheting with Advanced Kinematic and Directional Distortional Hardening Rules”, *International Journal of Solids and Structures*, pp. 3063-3076, November 2012.

- [23] Vincent, L., Calloch, S. and Marquis, D., “A General Cyclic Plasticity Model Taking into Account Yield Surface Distortion for Multiaxial Ratcheting”, International Journal of Plasticity, pp. 1817-1850, October 2004.
- [24] Mahmoudi, A. H., Pezeshki-Najafabadi, S. M. and Badnav, H., “Parameter Determination of Chaboche Kinematic Hardening Model Using a Multi Objective Genetic Algorithm”, Computational Materials Science, pp. 1114-1122, January 2011.
- [25] Portier, L., Calloch, S., Marquis, D. and Geyer, P., “Ratchetting under Tension-Torsion Loadings: Experiments and Modelling”, International Journal of Plasticity, pp. 303-335, March 2000.

表 1 CS1026 四組 C 、 γ 碳鋼材料參數表[16]

$E(\text{GPa})$	$\sigma_y(\text{MPa})$	A_0	$C_1(\text{MPa})$	$C_2(\text{MPa})$
200	187	-40	52103	26184
$C_3(\text{MPa})$	$C_4(\text{MPa})$	γ_1	γ_2	γ_3
18600	1760	2194	1645	435
γ_4				
11.1				

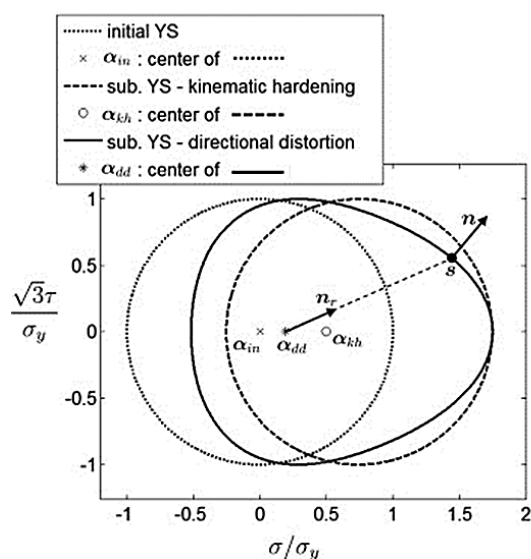


圖 1 走動式硬化與扭曲硬化示意圖[21]

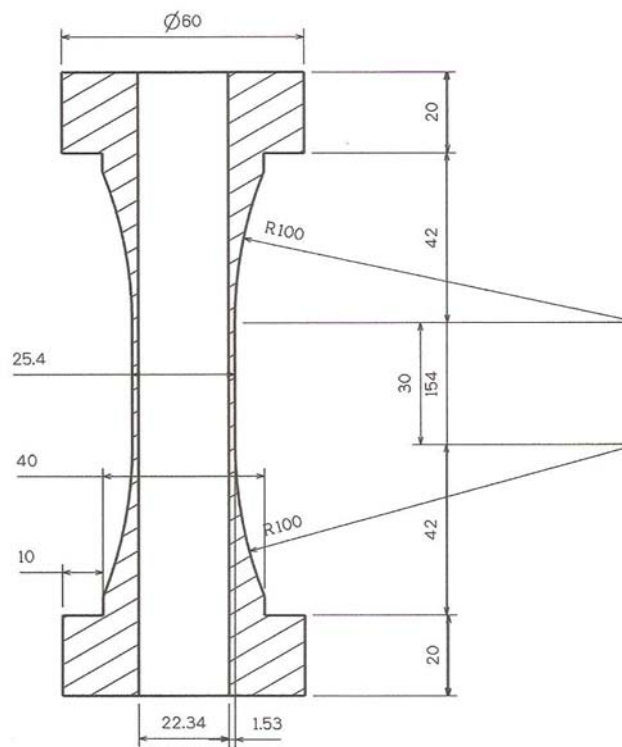


圖 2 受軸向循環負荷之結構示意圖[25]



圖 3 結構有限元素網格五度示意圖

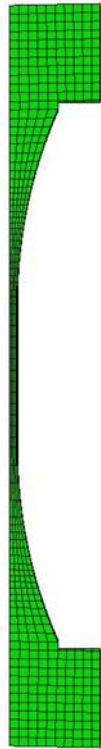


圖 4 結構有限元素網格平面示意圖

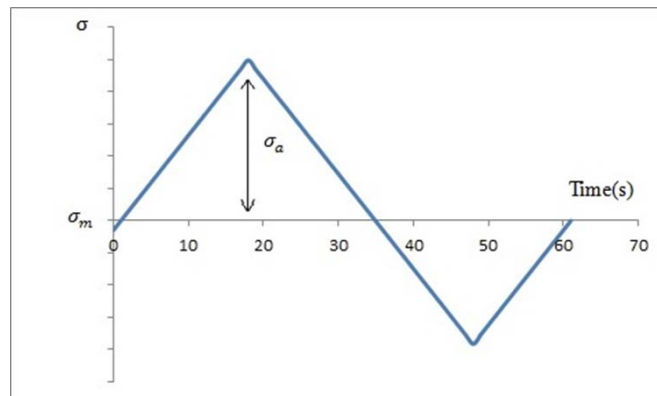


圖 5 逐步法分析設定循環負載

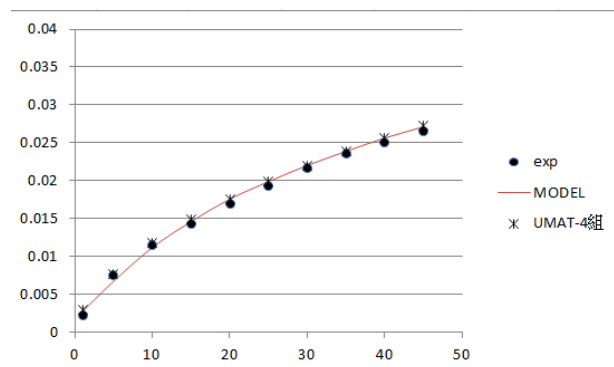


圖 6 循環週期應變實驗與數值分析之比對圖
(案例一、四組C、Y)

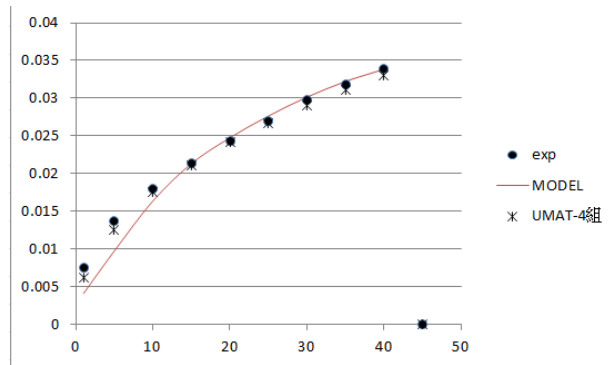


圖 7 循環週期應變實驗與數值分析之比對圖
(案例二、四組 C、γ)

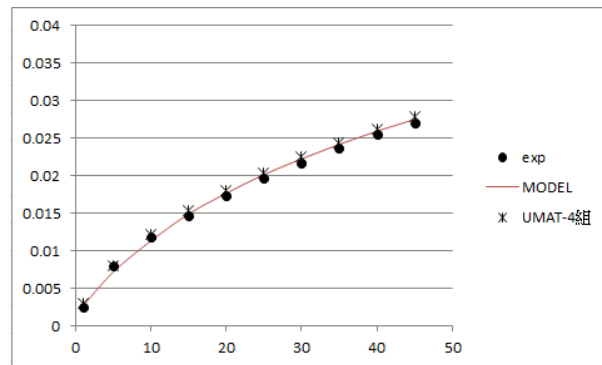


圖 8 循環週期應變實驗與數值分析之比對圖
(案例三、四組 C、γ)

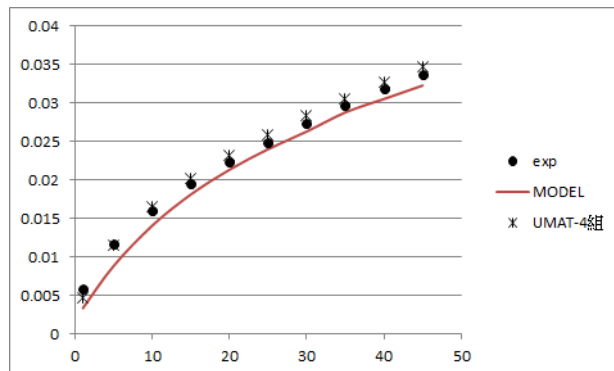


圖 9 循環週期應變實驗與數值分析之比對圖
(案例四、四組 C、γ)

Self-Evaluation of Research Results

Overall speaking, the project has been performed as proposed. Two students in the master program have acquired appropriate training during the execution of the project. In addition, a part of research results has been presented in an international conference. Also, several journal papers, in the field of cyclic plasticity involving distortional hardening, are to appear or in preparation.

科技部補助專題研究計畫出席國際學術會議心得報告

日期：104 年 11 月 28 日

計畫編號	MOST 103-2221-E-157 -001 -		
計畫名稱	考慮扭曲硬化之塑性異向性模式的評估與應用(2/3~3/3)		
出國人員 姓名	呂學育	服務機構 及職稱	中華科技大學航空機械系 副教授兼系主任
會議時間	104 年 7 月 29 日至 104 年 7 月 31 日	會議地點	日本沖繩
會議名稱	(中文) 第三屆國際工程與應用科學研討會 (英文) The 3rd International Scientific Conference on Engineering and Applied Sciences, ISCEAS 2015		
發表題目	(中文) 具非線性走動式硬化之桁架結構的安定分析 (英文) Shakedown Analysis of Truss Structures of Nonlinear Kinematic Hardening Materials		

一、參加會議經過

再次非常感謝科技部專題研究計畫的經費補助，使得本次研討會之行圓滿順利。本次研討會舉辦時間為 104 年 7 月 29 日至 104 年 7 月 31 日，基於做好各項準備的自我要求，筆者提前於 104 年 7 月 28 日搭乘中華航空班機，由桃園機場出發到日本沖繩的那霸機場，並從那霸機場搭乘單軌電車，前往位於靠近那霸單軌電車車站附近的下榻旅館。

103 年 7 月 29 日前往會議地點報到，研討會的會場為靠近那霸單軌電車車站附

近的飯店 Loisir Hotel Naha。

會議共舉辦三天，筆者論文安排在第二天議程(論文發表照片如照片一、二)，是安排在 Material Science and Engineering II 的場次，該場次共 6 篇論文報告。研討會除安排口頭報告的議程，也在同時段安排論文的海報張貼，整個研討會的進行，雖不若在歐美地區的研討會有熱絡的討論現象，不過各議程進行大致上圓滿順利。

研討會結束後，筆者於 103 年 8 月 2 日搭乘單軌電車至那霸機場，依計畫搭乘中華航空班機返抵桃園機場。

二、與會心得

今年仍因為身兼系主任，系上行政職務繁忙，基於時程上的主要考量，不得不捨棄以往較熟悉的歐洲研討會，就近參加本次研討會。

這次前往日本所參加之「第三屆國際工程與應用科學研討會」研討會，仍給了筆者許多可貴體驗，幸運地有些不同之收穫。除了是首次到日本離島出席國際研討會，對日本沖繩各方面也留下極深刻印象；另一方面，因為地緣關係，此次研討會的與會者泰半為亞洲面孔，歐美國家的參與者反而成為少數者，對亞洲鄰近國家的專家學者之研究主題，倒是有機會更進一步認知。

當然，本次研討會所發表之論文雖多元，但主題聚焦方面仍可加強。另外，除了論文發表與學術交流，也趁到國外參加研討會的機會，順道體驗瞭解所在地的一些風土民情。就像日本其它地區一樣，那霸地區各方面所展現出來的，在在顯示出日本人重視細節，講究紀律與禮貌，尤其服務業嶄露出令人印象深刻的服務熱忱，都是令人佩服與值得效仿學習。

Shakedown Analysis of Truss Structures of Nonlinear Kinematic Hardening Materials

S.-Y. Leu

No.200, Jhonghua St., Hengshan Township, Hsinchu County 312, Taiwan, ROC
syleu@cc.cust.edu.tw

Abstract

Engineering structures are often subjected to cyclic loads. Structures of elastic-plastic materials under cyclic loads may behave in some different types, namely pure elastic, elastic shakedown, ratcheting (incremental collapse), plastic shakedown (alternating plasticity) and plastic collapse (unconstrained plastic flow) [1, 2]. Among them, elastic shakedown, ratcheting and plastic shakedown are three types of elastic-plastic responses induced by the cyclic loads ranging between the elastic limit and plastic collapse loads. An elastic-plastic structure is said to shake down to an elastic state if it deforms plastically in the initial loading cycles and then reacts purely elastically in the sequential cycles [e.g. 1-5]. As well known, shakedown analysis is a well-established direct method to determine the shakedown limit based on the lower bound (Melan's static) or upper bound (Koiter's kinematic) theorem [e.g. 1-5].

The paper aims to perform shakedown analysis of truss structures made of nonlinear kinematic hardening materials. Both the static and kinematic shakedown analyses of truss structures were conducted analytically and numerically to bound the shakedown limit. First, the problem statement leads to the lower bound (primal) formulation accounting for nonlinear kinematic hardening extended from the Melan's static shakedown theorem. In particular, the Hölder inequality is then utilized to establish the corresponding upper bound (dual) formulation from the lower bound formulation as well as to confirm the duality relationship between them. The derived upper bound formulation is an equivalent form of the Koiter's kinematic shakedown formulation for trusses without involving time integrals. Further, both the primal and the dual analyses of truss structures were conducted using the optimization algorithms provided by MATLAB. Finally, the primal analysis and the dual analysis are validated by converging to the shakedown limit efficiently.

In the paper, we have conducted shakedown analysis of truss structures of nonlinear kinematic hardening. Both static and kinematic shakedown analyses were performed to acquire the corresponding shakedown limit by equating the greatest lower bound to the least upper bound. By the Hölder inequality [6], the upper bound (dual) formulation was derived from the lower bound (primal) formulation. In particular, the derived upper bound formulation is an equivalent form of the Koiter's kinematic shakedown formulation for trusses without involving time integrals. The sharpness condition of the Hölder inequality [6] was also shown. Moreover, the optimization algorithms **linprog** and **fmincon** of MATLAB was adopted to perform the primal analysis and the dual analysis of a three-bar truss and a bridge truss, respectively. Especially, the primal analysis and the dual analysis have been validated by converging to the shakedown limit efficiently.

Keyword: Shakedown Analysis, Truss Structures, Nonlinear Kinematic Hardening.

References

- [1] König J A, Maier G. Shakedown analysis of elastoplastic structures: A review of recent developments. *Nucl Eng Des*, 1981, 66:81-95.
- [2] König J A. Shakedown of elastic-plastic structure. Amsterdam: Elsevier, 1987.
- [3] Weichert D, Maier G. Inelastic behaviour of structures under variable repeated loads: direct analysis methods. New York: Springer, 2002.
- [4] Staat M, Heitzer M. Numerical methods for limit and shakedown analysis: deterministic and probabilistic problems. Jülich: John von Neumann Institute for Computing, 2003.
- [5] Weichert D, Ponter A. Limit states of materials and structures: direct methods. New York: Springer, 2009.
- [6] Goffman C, Pedrick G. First course in functional analysis. New Jersey: Prentice-Hall, 1965.

四、建議

此次參加研討會的台灣專家學者仍為數不少，也擔任不少會場主持工作，對未來逐步將國內各項研討會之國際化程度提升，將會有多方之正面意義。

五、攜回資料名稱及內容

研討會議程手冊及相關論文資料。

六、其他



照片一、 論文發表(一)



照片二、 論文發表(二)

科技部補助計畫衍生研發成果推廣資料表

日期:2015/11/28

科技部補助計畫	計畫名稱：考慮扭曲硬化之塑性異向性模式的評估與應用(2/3~3/3)	
	計畫主持人：呂學育	
	計畫編號：103-2221-E-157-001-	學門領域：結構應力
無研發成果推廣資料		

103年度專題研究計畫研究成果彙整表

計畫主持人：呂學育			計畫編號：103-2221-E-157-001-				
計畫名稱：考慮扭曲硬化之塑性異向性模式的評估與應用(2/3~3/3)							
成果項目			量化			單位	備註（質化說明： ：如數個計畫共同成果、成果列為該期刊之封面故事...等）
			實際已達成數（被接受或已發表）	預期總達成數（含實際已達成數）	本計畫實際貢獻百分比		
國內	論文著作	期刊論文	0	2	100%	篇	
		研究報告/技術報告	0	0	100%		
		研討會論文	5	5	100%		
		專書	0	0	100%	章/本	
	專利	申請中件數	0	0	100%	件	
		已獲得件數	0	0	100%		
	技術移轉	件數	0	0	100%	件	
		權利金	0	0	100%	千元	
	參與計畫人力（本國籍）	碩士生	4	4	100%	人次	
		博士生	0	0	100%		
		博士後研究員	0	0	100%		
		專任助理	0	0	100%		
國外	論文著作	期刊論文	1	3	100%	篇	
		研究報告/技術報告	0	0	100%		
		研討會論文	1	1	100%		
		專書	0	0	100%	章/本	
	專利	申請中件數	0	0	100%	件	
		已獲得件數	0	0	100%		
	技術移轉	件數	0	0	100%	件	
		權利金	0	0	100%	千元	
	參與計畫人力（外國籍）	碩士生	0	0	100%	人次	
		博士生	0	0	100%		
		博士後研究員	0	0	100%		
		專任助理	0	0	100%		
其他成果 （無法以量化表達之成果如辦理學術活動、獲得獎項、重要國際合作、研究成果國際影響力及其他協助產業技術發展之具體效益事項等，請以文字敘述填列。）		本計畫成果考慮材料降伏面扭曲現象，以準確探討結構承受循環負荷作用下之彈塑性行為。雖然降伏面扭曲現象為循環彈塑性問題的重要議題,而有限元素商業化分析軟體雖具有泛用之彈塑性分析功能，惟均尚未能提供考慮降伏面扭曲的模擬功能，影響相關設計或分析之應用。因此，本研究基於ABAQUS所提供使用者材料副程式的功能，編寫模擬材料降伏面扭曲現象，並與ABAQUS主程式連接，以擴充ABAQUS的考慮循環負荷作用之彈塑性分析功能。驗證與測試案例採用CS1026材料，探討其彈性安定、棘輪、低週期破壞等行為，分析結果並與文獻上的實驗結果及數值分析結果比較，以驗證副程式編寫之正確性。本研究成果可提供不同類型的負荷及結構的相關彈塑性行為分析，未來也可延伸考慮不					

	同材料降伏面扭曲現象的模擬。本計畫研究成果曾在2015 ABAQUS台灣區使用者大會發表，引起連接器廠商高度濃厚興趣，對本計畫研究成果應用於其產品承受循環插拔負荷作用有高度期許，將進一步洽談協助其連接器之設計分析工作。
--	---

	成果項目	量化	名稱或內容性質簡述
科教處計畫加填項目	測驗工具(含質性與量性)	0	
	課程/模組	0	
	電腦及網路系統或工具	0	
	教材	0	
	舉辦之活動/競賽	0	
	研討會/工作坊	0	
	電子報、網站	0	
	計畫成果推廣之參與（閱聽）人數	0	

科技部補助專題研究計畫成果報告自評表

請就研究內容與原計畫相符程度、達成預期目標情況、研究成果之學術或應用價值（簡要敘述成果所代表之意義、價值、影響或進一步發展之可能性）、是否適合在學術期刊發表或申請專利、主要發現或其他有關價值等，作一綜合評估。

1. 請就研究內容與原計畫相符程度、達成預期目標情況作一綜合評估

☒ 達成目標

☐ 未達成目標（請說明，以100字為限）

☐ 實驗失敗

☐ 因故實驗中斷

☐ 其他原因

說明：

2. 研究成果在學術期刊發表或申請專利等情形：

論文：☒ 已發表 ☐ 未發表之文稿 ☐ 撰寫中 ☐ 無

專利：☐ 已獲得 ☐ 申請中 ☒ 無

技轉：☐ 已技轉 ☒ 洽談中 ☐ 無

其他：（以100字為限）

3. 請依學術成就、技術創新、社會影響等方面，評估研究成果之學術或應用價值（簡要敘述成果所代表之意義、價值、影響或進一步發展之可能性）（以500字為限）

本計畫規劃為三年期研究的第二年部分, 探討建立考慮扭曲硬化之塑性異向性模式，致力於循環彈塑性問題的降伏面扭曲之特徵現象的模擬，藉以建立循環彈塑性現象的準確及有效率的數值探討，進而深入掌握影響參數及先進組成律之開發與修正。如所周知，有限元素商業化分析軟體具有泛用之彈塑性分析功能，惟均尚未能提供考慮降伏面扭曲的模擬功能，無法提供準確之循環彈塑性分析結果，影響相關設計分析之應用。本年度計畫已完成考慮扭曲硬化之塑性異向性模式的有限元素數值分析模式建立，基於ABAQUS所提供使用者材料副程式的功能，編寫模擬材料降伏面扭曲現象，並與ABAQUS主程式連接，以提升擴充ABAQUS的考慮循環負荷作用之彈塑性分析功能。探討案例採用CS1026材料，探討其彈性安定、棘輪、低週期破壞等行為，分析結果並與文獻上的實驗結果及數值分析結果比較，以驗證副程式編寫之正確性。本計畫研究成果可提供不同類型的負荷及結構的相關彈塑性行為分析，未來也可延伸考慮不同材料降伏面扭曲現象的模擬，提升在實際工程問題(如塑性加工製程模擬，結構最佳化)的應用性。最後，本計畫研究成果的實務應用性已引起連接器設計的業界廠商高度興趣，將進一步洽談協助其設計分析承受循環拉拔負荷作用的連接器結構。

附 錄

- 1)考慮降伏面扭曲之循環彈塑性分析
- 2)桁架結構承受循環負載之彈塑性行為分析
- 3)桁架結構之循環彈塑性分析

考慮降伏面扭曲之循環彈塑性分析

呂學育¹、廖國基²、蘇承維³、彭彥翔³

¹中華科技大學航空機械系

²國立臺灣大學生物產業機電工程系

³中華科技大學飛機系統工程碩士班

E-mail: syleu@cc.cust.edu.tw

摘要

本文基於ABAQUS的彈塑性分析架構，藉由編寫使用者材料副程式，考慮材料降伏面扭曲現象，以準確探討結構承受循環負荷作用下之彈塑性行為。有限元素商業化分析軟體具有泛用之彈塑性分析功能，惟均尚未能提供考慮降伏面扭曲的模擬功能。因此，本文基於ABAQUS所提供使用者副程式的功能，採用文獻上所推導的扭曲硬化模式，編寫模擬材料降伏面扭曲現象，以擴充ABAQUS的考慮循環負荷作用之彈塑性分析功能。分析案例採用CS1026材料，探討其循環彈塑性行為，分析結果並與文獻上數值分析結果及實驗結果比較，以驗證副程式編寫之正確性及降伏面扭曲的準確性。

關鍵字：有限元素彈塑性分析、降伏面扭曲、單軸循環負荷、棘輪。

數值分析模式建立

考慮承受軸向循環式負荷作用之結構，其試件幾何參考於文獻[Portier et al, 2000]，所考量結構之幾何及材料性質為軸對稱，因此將問題簡化為如圖1所示之5°分析模式，分析模式採用ABAQUS提供的八節點實體元素C3D8進行結構彈塑性分析，並應用ABAQUS提供之使用者材料副程式(UMAT)的功能，編寫Rokhgireh and Nayebi (2012)所推導之降伏面扭曲模式，以加值擴充材料模擬之功能，而降伏行為則遵循慣用的Von Mises降伏降伏準則。所考慮之材料參數是依據文獻上的CS1026碳鋼參數[Rokhgireh and Nayebi, 2012]，有4組走動式硬化參數 C (52103、26184、18600、1760)(MPa)， γ (2194、1645、435、11.1)，降伏面脹縮的純量 $A_0 = -40$ ，楊氏係數 $E = 200$ (GPa)，降伏應力 $S_y = 187$ (MPa)。分析採用逐步法，循環負載設定如圖2。

分析案例與結果討論

為了驗證副程式編寫的準確性，因此分別考慮兩種不同的負載形態，第一種為相同的應力振幅(stress amplitude)為220.6(MPa)，不同的平均應力(mean stress)分別為45(MPa)、63(MPa)。第二種為相同的平均應力為44.8(MPa)，不同的應力振幅分別為221.5(MPa)、229.5(MPa)，分析結果與文獻上數值分析結果[Rokhgireh and Nayebi, 2012]及實驗結果[Hassan and Kyriakides, 1992]比較如圖3~4，相較於數值結果分析，本文分析結果與實驗結果較為吻合。



圖1有限元素
網格式意

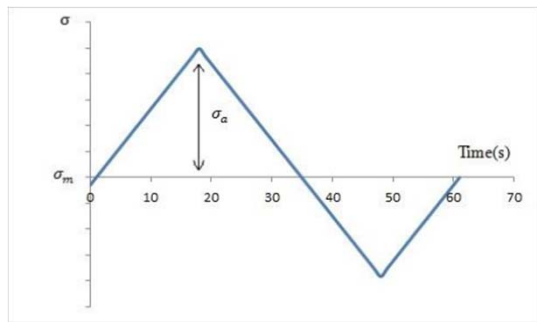


圖2逐步法分析之循環負載設定

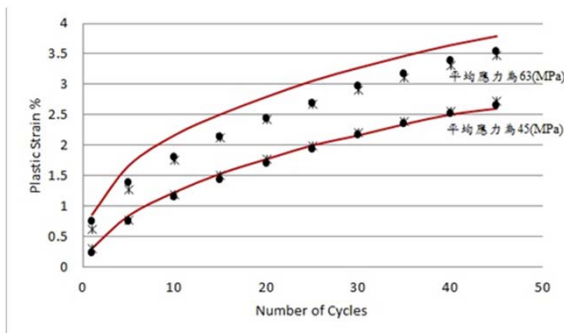


圖3循環週期與應變關係圖實驗與數值結果比較
(●Experiment; — Rokhgireh&Nayebi (2012); * Present)

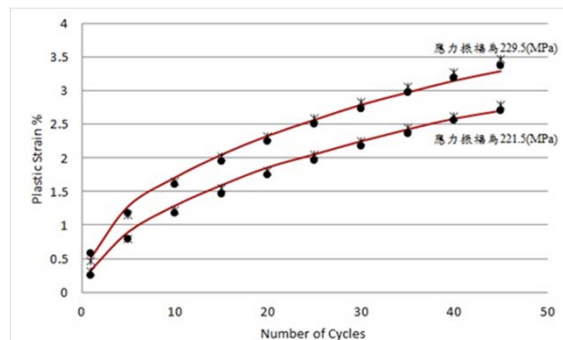


圖4循環週期與應變關係圖之實驗與數值結果比較
(●Experiment; — Rokhgireh&Nayebi (2012); * Present)

結論

本文利用ABAQUS使用者材料副程式功能，編寫Rokhgireh and Nayebi (2012)推倒降伏面扭曲模式，結合Chaboche的走動式硬化及考慮降伏面平移、旋轉與脹縮[Baltov and Sawczuk, 1965]，建構完整的降伏面扭曲分析模式。相較於文獻上數值分析結果，本文分析結果與實驗結果較為吻合。

本文研究成果可提供不同類型的負荷及結構的相關彈塑性行為分析，未來也可延伸考慮不同材料降伏面扭曲現象的模擬。

桁架結構承受循環負載之彈塑性行為分析

呂學育¹、王穎諄²、曹佑誠²

¹ 中華科技大學航空機械系

² 中華科技大學飛機系統工程碩士班

E-mail: syleu@cc.cust.edu.tw

科技部計畫編號: MOST 103-2221-E-157-001

摘要

本文探討桁架結構承受循環負荷作用，分別考慮完美彈塑性及非線性走動式硬化材料，採用 ABAQUS 所提供之逐步分析法，進行循環彈塑性分析。文中利用塑性耗散來判斷結構為彈性安定與否，當結構不為彈性安定时，塑性耗散會隨著循環週期次數增加而變大。此外，基於比較及驗證，本文亦利用數值計算軟體 MATLAB，以安定分析求解安定極限負載，以進行比較與驗證。另一方面，利用逐步法所得之應力應變關係圖，來判斷結構承受超過安定極限負載時，確定所發生彈塑性行為是低週期疲勞破壞、棘輪抑或塑性崩潰。

關鍵詞：彈性安定、低週期疲勞破壞、棘輪、逐步分析法、非線性走動式硬化。

1. 前言

對於結構而言，當它承受不同大小和型態負載時，結構會產生不同的行為，當結構承受外力負載小於降伏強度時，則結構將呈現出純彈性行為，當結構受到超出承受的外力負載時，結構將出現塑性崩潰。另一方面，在機械工程、土木工程等工程應用中，結構所承受之外力負荷型態大部分為循環式外力負載，並非只有單調的外力負載。

當結構承受變異之循環負荷作用時，在初期幾個週期會有塑性應變，最後則呈現彈性行為，此行為稱為彈性安定。作用在結構上的循環負荷超過安定負載時，結構呈現正負交替之塑性變形，此時結構內部塑性應變並未累加，塑性應變會呈現週期性的變化直到結構損壞，此行為稱為低週期疲勞破壞或稱交替塑性破壞。作用在結構上的循環負荷超過安定負載時，且塑性應變不斷的增加，直到結構損壞，稱為累積塑性破壞或稱為棘輪[1-6]。

因此針對彈性安定、低週期疲勞破壞、棘輪等這三種彈塑性行為作進一步的探討，對結構設計與安全評估將有莫大的助益。

2. 研究方法

本研究利用有限元素套裝軟體 ABAQUS[7]內建之彈塑性分析功能，以逐步法進行結構承受循環負荷分析，並利用應力應變關係圖、塑性耗散來確定結構的彈塑性行為及安定與否。

此外，基於比較及驗證，本文亦利用數值計算軟體 MATLAB[8]，以安定分析求解安定極限負載，以驗證本論文所建構之有限元素彈塑性分析模式與逐步法分析模式之正確性。

3. 分析案例及結果討論

本文探討案例為三桿件桁架結構，三桿件桁架結構由桿件 AO、桿件 BO、桿件 CO 組成，各桿件夾角為 60° ，三桿件邊界條件為鉸子支承，如圖 1 所示。考慮承受循環負荷作用於節點 O，循環負荷的範圍分別為 $0 \leq V \leq P$ 、 $-P \leq V \leq 3P$ ，如圖 2~3 所示。

分析案例中，我們使用 von Mises 降伏準則[9]來模擬桁架結構之塑性降伏行為，也考慮材料具有走動式硬化性質，遵循阿姆斯特郎-弗雷德里克走動式硬化模式[10]，下列為考慮彈塑性桁架桿件之材料參數。

楊氏係數 $E = 210\text{GPa}$

浦松比 $\nu = 0.3$

降伏強度 $\sigma_0 = 122.24\text{MPa}$

走動式硬化參數 $C = 6.92\text{GPa}$

走動式硬化參數 $\gamma = 153.4$

首先，考慮桁架結構材料為完美彈塑性，承受循環負荷作用於節點 O，考慮之循環負荷的範圍為 $0 \leq V \leq P$ ，如圖 2 所示。當負載係數 $(P/\sigma_y A_0)$ 為 2.000 時，由逐步法分析之結果，繪製應力、應變圖，如圖 4 所示。利用塑性耗散判斷結構是否在彈性安定狀態。當結構之塑性耗散不隨著循環次數增加而改變時，確認結構呈現彈性安定行為，如圖 5 所示。另外，當負載係數 $(P/\sigma_y A_0)$ 為 2.001，由圖 6 應力、應變圖得知，以及如圖 7 所示之塑性耗散隨著循環次數增加而急遽增加，可判斷結構呈現不安定行為，結構發生塑性崩潰。因此，得知彈性安定極限負載係數 $(P/\sigma_y A_0)$ 為 2.000，而 MATLAB 安定分析所得之安定極限負載係數亦為 2.000，如表 1 所示。

其次，我們考慮材料為走動式硬化性質 ($C = 6.92\text{GPa}$, $\gamma = 153.4$)，考慮循環負荷的範圍為 $0 \leq V \leq P$ 。當負載係數 $(P/\sigma_y A_0)$ 為 2.500 時，由逐步法分析之結果，繪製彈性安定時應力、應變圖，如圖 8 所示。當結構之塑性耗散不隨著循環次數增加而改變時，其表示為結構呈現彈性安定行為如圖 9 所示。當負載係數 $(P/\sigma_y A_0)$ 為 2.501，結構發生棘輪行為如圖 10 所示，塑性耗散如圖 11 所示。因此，得知彈性安定極限負載係數 $(P/\sigma_y A_0)$ 為 2.500，而數值計算軟體 MATLAB 安定分析所得之安定極限負載係數亦為 2.500。

最後，考慮的材料為完美彈塑性，承受循環負荷作用於節 O，且循環負荷的範圍為 $-P \leq V \leq 3P$ ，如圖 3 所示。當負載係數 $(P/\sigma_y A_0)$ 為 0.625 時，由逐步法分析

之結果，繪製彈性安定時應力、應變圖，如圖 12 所示，再利用塑性耗散判斷結構是否在彈性安定狀態。當結構之塑性耗散不隨著循環次數增加而改變時，表示為結構呈現彈性安定行為如圖 13 所示。當負載係數 ($P/\sigma_y A_0$) 為 0.626，結構發生低週期疲勞破壞行為，如圖 14 應力、應變圖所示，而結構之塑性耗散隨著循環次數增加而急遽改變時，可佐證結構呈現不安定行為，如圖 15 所示。因此得知彈性安定極限負載係數 ($P/\sigma_y A_0$) 為 0.625。另一方面，MATLAB 安定分析所得之安定極限負載係數為 0.625。進一步而言，當負載係數 ($P/\sigma_y A_0$) 為 0.666，結構發生低週期破壞行為如圖 16 以及塑性耗散如圖 17 所示，當負載係數 ($P/\sigma_y A_0$) 為 0.667，結構發生塑性崩壞如圖 18 及塑性耗散如圖 19 所示。

4. 結論

本文基於 ABAQUS 彈塑性分析功能，以逐步法分析三桿件桁架結構之所發生彈塑性行為，藉由塑性耗散隨著循環週期的次數變化與否，判斷結構安定或不安定，而利用應力應變圖則可判斷結構是否為低週期疲勞破壞或棘輪的反應。

文中考慮三桿件材料為完美彈塑性時，對於不同的負荷型態 $0 \leq V \leq P$ 、 $-P \leq V \leq 3P$ 進行分析，同時與 MATLAB 計算結果作數值的比對。由分析結果得知，當負荷型態為 $0 \leq V \leq P$ ，結構超過安定負載時發生塑性崩壞。而當循環負荷的範圍為 $-P \leq V \leq 3P$ ，結構超過安定負載時發生低週期疲勞破壞行為。

另考慮三桿件具走動式硬化性質時，負荷型態為 $0 \leq V \leq P$ 時，當結構負載超過安定負載時結構有棘輪反應。

5. 致謝

本文研究執行期間，承蒙科技部計畫(編號: MOST 103-2221-E-157-001-經費補助，特在此致謝。

6. 參考文獻

- [1] J. A. König and G. Maier, "Shakedown analysis of elastoplastic structures: a review of recent developments," *Nuclear Engineering and Design*, 66 (1), 81-95 (1981).
- [2] J. A. König, "Shakedown of Elastic-Plastic Structure," *Elsevier*, (1987).
- [3] D. Weichert and G. Maier, "Inelastic behaviour of structures under variable repeated loads: direct analysis methods," *New York, Springer*, (2002).
- [4] M. Staat and M. Heitzer, "Numerical methods for limit and shakedown analysis: deterministic and probabilistic problems," *John von Neumann Institute for Computing*, (2003).
- [5] D. Weichert and A. Ponter, "Limit states of materials and structures: Direct Methods," *New York, Springer*, (2009).

- [6] M. Staat and M. Heitzer, "LISA— a European project for FEM— based limit and shakedown analysis," *John von Neumann Institute for Computing*, 206(2-3), 151-166, (2001).
- [7] ABAQUS, "ABAQUS Analysis user's manual, dassault systemes simulia corp," providence, RI, USA.
- [8] MATLAB, <http://www.mathworks.com/help/optim/ug/linprog.html?searchHighlight=linprog>
- [9] R. Hill, "The mathematical theory of plasticity," *Oxford Classic Texts in the Physical Sciences*, (1950).
- [10] P. J. Armstrong and C. O. Frederick, "A mathematical representation of the multiaxial bauschinger effect (CEGB Report RD/B/N/731)," *Berkeley: Berkeley Nuclear Laboratories*, (1966).

表 1 ABAQUS 與 MATLAB 安定極限負載係數($P/\sigma_y A_0$)

	三桿件桁架結構			
	完美彈塑性		走動式硬化	
	ABAQUS	MATLAB	ABAQUS	MATLAB
$0 \leq V \leq P$	2.000	2.000	2.500	2.500
$-P \leq V \leq 3P$	0.625	0.625	—	—

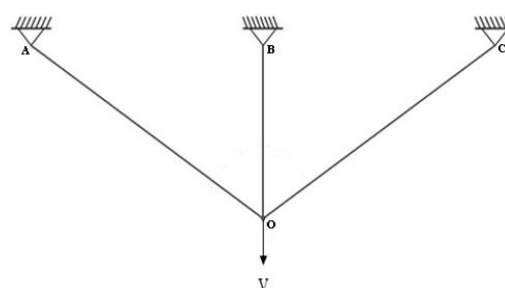


圖 1 三桿件桁架結構示意圖

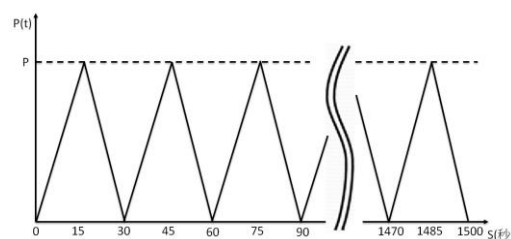


圖 2 循環負荷示意 ($0 \leq V \leq P$)

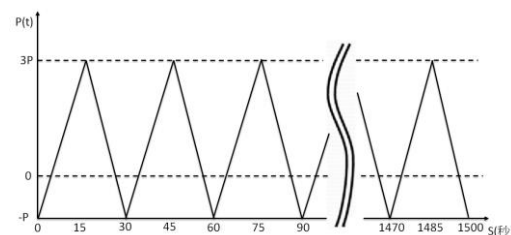


圖 3 循環負荷示意 ($-P \leq V \leq 3P$)

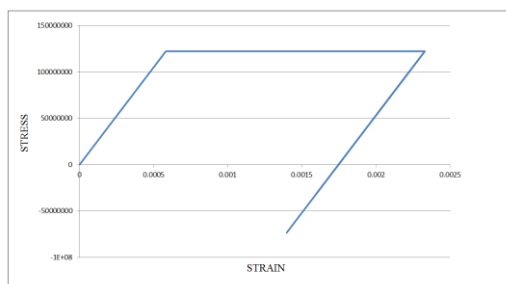


圖 4 三桿件應力應變關係
(完美彈塑性、 $0 \leq V \leq P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 2.000$)

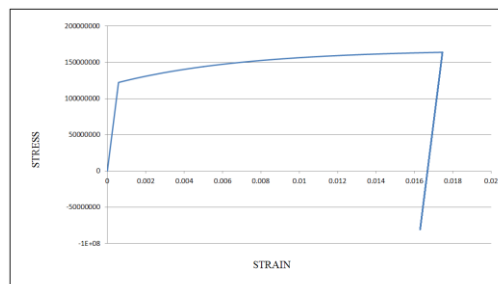


圖 8 三桿件應力應變關係
(走動式硬化、 $0 \leq V \leq P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 2.500$)

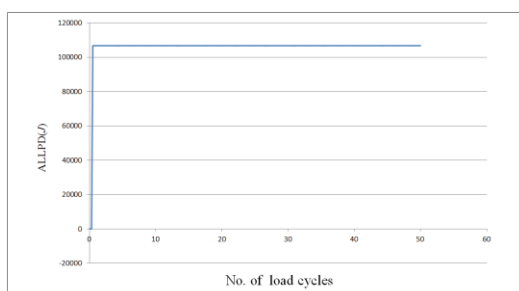


圖 5 三桿件呈現之塑性耗散的變化
(完美彈塑性、 $0 \leq V \leq P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 2.000$)

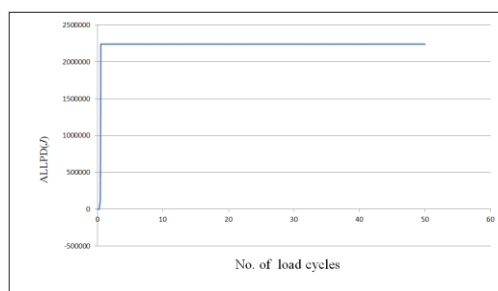


圖 9 三桿件呈現之塑性耗散的變化
(走動式硬化、 $0 \leq V \leq P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 2.500$)

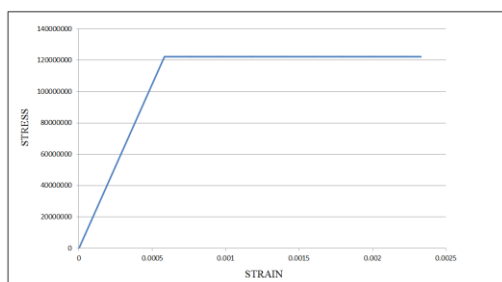


圖 6 三桿件應力應變關係
(完美彈塑性、 $0 \leq V \leq P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 2.001$)

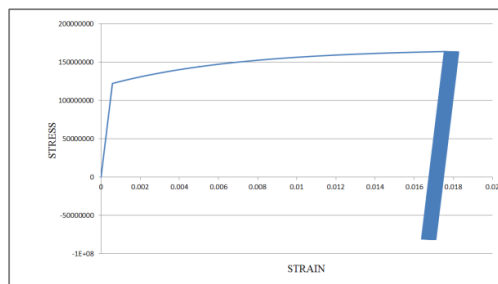


圖 10 三桿件應力應變關係
(走動式硬化、 $0 \leq V \leq P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 2.501$)

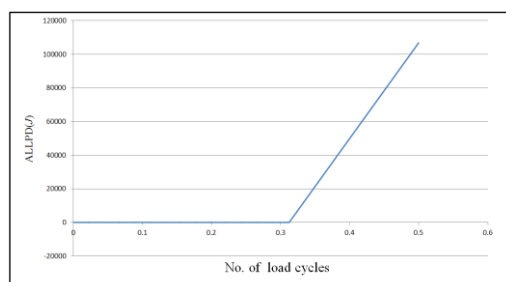


圖 7 三桿件呈現之塑性耗散的變化
(完美彈塑性、 $0 \leq V \leq P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 2.001$)

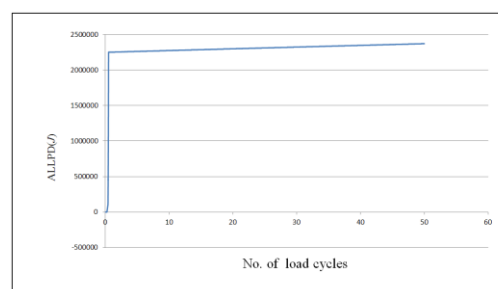


圖 11 三桿件呈現之塑性耗散的變化
(走動式硬化、 $0 \leq V \leq P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 2.501$)

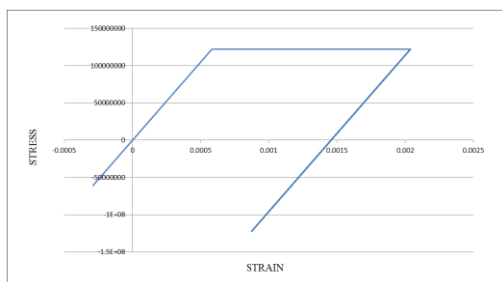


圖 12 三桿件應力應變關係
(完美彈塑性、 $-P \leq V \leq 3P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 0.625$)

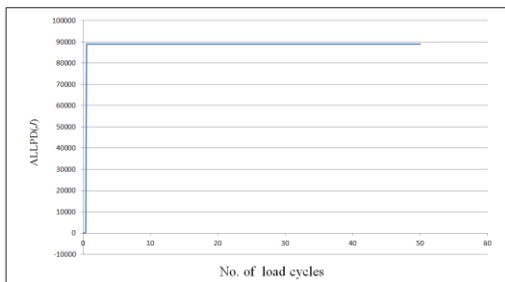


圖 13 三桿件呈現之塑性耗散的變化
(完美彈塑性、 $-P \leq V \leq 3P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 0.625$)

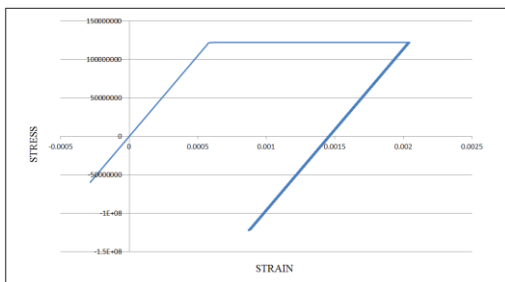


圖 14 三桿件應力應變關係
(完美彈塑性、 $-P \leq V \leq 3P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 0.626$)

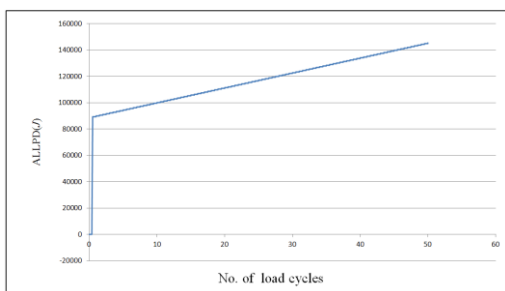


圖 15 三桿件呈現之塑性耗散的變化
(完美彈塑性、 $-P \leq V \leq 3P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 0.626$)

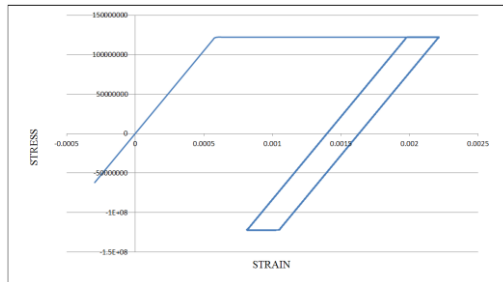


圖 16 三桿件應力應變關係
(完美彈塑性、 $-P \leq V \leq 3P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 0.666$)

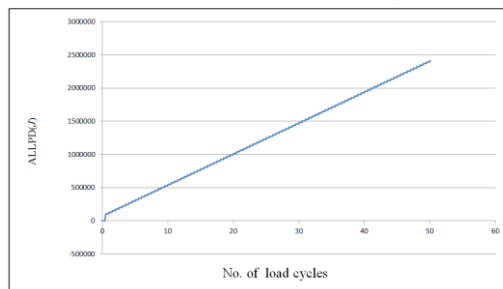


圖 17 三桿件呈現之塑性耗散的變化
(完美彈塑性、 $-P \leq V \leq 3P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 0.666$)

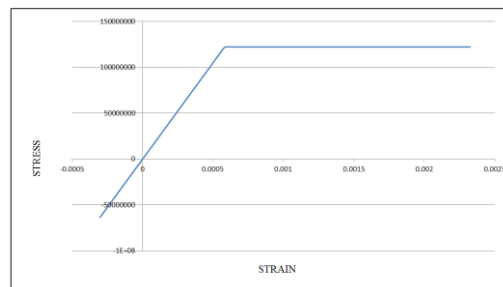


圖 18 三桿件應力應變關係
(完美彈塑性、 $-P \leq V \leq 3P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 0.667$)

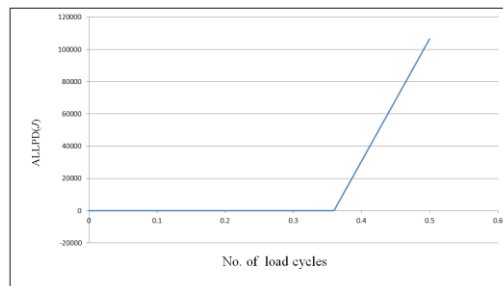


圖 19 三桿件呈現之塑性耗散的變化
(完美彈塑性、 $-P \leq V \leq 3P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 0.667$)

桁架結構之循環彈塑性分析

呂學育¹, 王穎諱², 曹佑誠²

¹ 中華科技大學航空機械系

² 中華科技大學飛機系統工程碩士班

摘要

本文基於ABAQUS所提供之逐步分析法，探討桁架結構承受循環負載作用時，所發生彈性安定、低週期疲勞破壞、棘輪等彈塑性行為，分別考慮完美彈塑性及非線性走動式硬化材料，進行循環彈塑性分析。文中，並利用應力與應變關係圖、塑性耗散，來判斷整體結構所發生彈塑性行為是低週期疲勞破壞、棘輪抑或塑性崩潰；另外，也分別探討各桿件在循環負載下之彈塑性行為變化。此外，基於比較及驗證，本文亦利用數值計算軟體MATLAB，以安定分析求解安定極限負載，以進行比較與驗證。

關鍵字：逐步分析法、彈性安定、低週期疲勞破壞、棘輪、非線性走動式硬化。

ABSTRACT

This thesis investigates elastic shakedown limit loads and elastic-plastic analysis of structures subjected to cyclic loads made of nonlinear kinematic hardening materials. In the thesis, the step-by-step analysis of the computer code ABAQUS is applied to consider elastic-perfectly plastic and kinematic hardening materials, respectively. Parametric studies are made to study the prediction of shakedown limit loads and the relationship between shakedown limit loads and plastic limit loads. Also, validations and comparisons are made between the results obtained by ABAQUS and MATLAB. Moreover, Armstrong-Frederick kinematic hardening model is utilized in the related parametric studies

Keywords: step-by-step analysis, elastic shakedown, low-cycle fatigue failure, ratcheting, nonlinear kinematic hardening

一、緒論

工程結構所承受之外力負荷型態大部分為循環式外力負載，而並非只有單調的外力負載。當結構承受循環負荷作用時，在起初幾個週期會有塑性應變，之後並未再發生新的塑性應變，而呈現彈性行為，稱為彈性安定。作用在結構上的循環負載超過安定負載時，結構產生正負交替之塑性應變，此時結構內部之塑性應變並未累加，塑性應變會呈現週期性的變化直到結構損壞，此行為稱低週期的疲勞破壞。作用在結構上的循環負載超過安定負載時，且塑性應變不斷的增加，直到結構損壞，稱為累積塑性破壞或稱為棘輪[1-5]。

因此，具有簡便且準確性的分析方法，藉以對彈性安定、低週期疲勞、棘輪等這三種彈塑性行為作進一步的探討，對結構設計與安全評估將有莫大的助益。

二、研究方法

本研究利用 ABAQUS 所提供之彈塑性分析功能，以逐步法進行結構承受循環負載作用之彈塑性分析，文中並利用塑性耗散來判斷結構安定與否，當結構不安定時，塑性耗散會隨著循環週期次數增加而變大。最後，利用逐步法所得之應力應變關係圖，來判斷結構承受超過安定極限負載時，確定所發生彈塑性行為是低週期疲勞破壞、棘輪抑或塑性崩潰。

此外，基於比較及驗證，本文亦利用數值計算軟體 MATLAB，以安定分析求解安定極限負載，以驗證本論文所建構之有限元素彈塑性分析模式之正確性。

三、分析案例及結果討論

本文探討案例為三桿件桁架結構，三桿件桁架結構由桿件 OA、桿件 OB、桿件

OC 組成，各構件夾角為 60° ，三桿件邊界條件為鉸子支承，如圖 1 所示。於分析案例中，我們使用 von Mises 降伏準則[6]來模擬桁架之塑性降伏行為，考慮材料為完美彈塑性或遵循 Armstrong- Frederick 走動式硬化模式[7]。下列為考慮彈塑性桁架桿件之材料參數和其對應走動式硬化之降伏函數表示為[8]：

$$f(\sigma - X) = \sqrt{\frac{3}{2}(S - X^{\text{dev}}) : (S - X^{\text{dev}})} - \sigma_Y \leq 0$$

其中

S 為偏應力張量

X 為降伏中心的移動量之背應力

X^{dev} 為偏背應力張量

經由 Armstrong- Frederick 走動式硬化模式[7]，可將背應力變化率 $\dot{X}$ 表示為

$$\dot{X} = \frac{2}{3} C \dot{\epsilon} - \gamma X \dot{\epsilon}$$

其中

C 和 γ 為材料參數

$\dot{\epsilon}$ 為塑性應變率

$\dot{\bar{\epsilon}}$ 為等效塑性應變率

楊氏係數 $E = 210\text{GPa}$

蒲松比 $\nu = 0.3$

降伏強度 $\sigma_0 = 122.24\text{MPa}$

走動式硬化參數 $C = 6.92\text{GPa}$

走動式硬化參數 $\gamma = 153.4$

案例一：

考慮的材料為完美彈塑性，承受循環負載作用於節點 O，考慮之循環負載的範圍為 $-P \leq V \leq 3P$ ，如圖 2 所示。由逐步法分析之結果，當 $P/\sigma_Y A_0$ 為 0.625，繪製 OA、OB 桿件反應之應力、應變圖，得知 OA 桿件初期出現純彈性反應，隨著循環負載作用下，OA 桿件仍為純彈性如圖 4 所示。同時，如圖 5 所示，OB 桿件約在第 0.4 週期呈現純彈性反應，隨著循環負載的持續作用，OB 桿件約在第 0.4 週期進入降伏，隨後持續將桿件之循環負載作用次數增加，OB 桿件約在第 0.5 週期回復為純彈性反應。因此，從圖 5 中得知 OB 桿件處於彈性安定狀

態。另外，藉由如圖 6 之塑性耗散圖，驗證 OB 桿件結構不隨著循環次數增加而改變，表示為結構呈現彈性安定行為。

另一方面，當負載係數 $P/\sigma_Y A_0$ 為 0.626，得知 OA 桿件初期出現純彈性反應，隨著循環負載作用下，從圖 7 中得知 OA 桿件仍為純彈性。OB 桿件在第 0.4 週期呈現純彈性反應，隨著循環負載的次數增加 OB 桿件約在第 0.4 週期進入降伏，隨後持續將桿件之循環負載次數增加，OB 桿件約在第 0.5 週期之後即形成一個封閉式迴圈，可將它視為一個低週期疲勞破壞如圖 8 所示。另外，利用塑性耗散圖驗證 OB 桿件結構隨著循環次數增加而改變時，表示為結構已超出彈性安定如圖 9 所示，因此得知彈性安定極限負載係數 $P/\sigma_Y A_0$ 為 0.625。而數值運算軟體 MATLAB 計算之安定負載係數亦為 0.625。

案例二：

我們考慮材料為走動式硬化性質，考慮循環負載的範圍為 $P \leq V \leq 3P$ 如圖 3 所示。由逐步法分析之結果，當 $P/\sigma_Y A_0$ 為 2.500，繪製三桿件之 OA、OB 桿件行為之應力、應變圖，得知 OA 桿件初期出現純彈性反應，隨著循環負載作用下，OA 桿件仍為純彈性如圖 10 所示。OB 桿件則約在第 0.25 週期呈現純彈性反應，隨著循環負載的次數增加 OB 桿件約在第 0.5 週期進入降伏，隨後持續將桿件之循環負載次數增加 OB 桿件約在第 0.5 週期回復仍為純彈性反應，如圖 11 所示。另外，藉由塑性耗散圖驗證 OB 桿件結構狀態，得知當結構不隨著循環次數增加而改變時，表示為結構呈現彈性安定行為如圖 12 所示。

當負載係數 $P/\sigma_Y A_0$ 為 2.501，繪製 OA、OB 桿件行為之應力、應變圖，得知 OA 桿件在第 0.25 週期呈現純彈性反應，隨著循環負載的次數增加 OA 桿件約在第 1 週期進入降伏，隨後持續將桿件之循環負載次數增加 OA 桿件約在第 1 週期回復仍為純彈性反應如圖 13。另外，藉由塑性耗散圖驗證 OA 桿件結構狀態，得知當結構不隨著循環次數增加而改變時，表示為結構呈現彈性安定行為如圖 14 所示，OB 桿件約在第 0.25 週期呈現純彈性反應，隨著循環負載的次數增加 OB 桿件約在第 0.5 週期進入降伏，隨後持

續將桿件之循環負載次數增加 OB 桿件約在第 0.5 週期之後即形成一個漸進式迴圈，可將它視為一個棘輪反應，如圖 15 所示，另外利用塑性耗散圖驗證 OB 桿件結構隨著循環次數增加而改變時可判斷結構已超出彈性安定行為如圖 16 所示，因此得知彈性安定極限負載係數 $P/\sigma_y A_0$ 為 2.500。而數值運算軟體 MATLAB 計算之安定負載係數也為 2.500。

四、結論與未來展望

本文基於 ABAQUS 桁架結構分析功能，以逐步法探討三桿件所發生彈塑性行為，考慮三桿件分別為完美彈塑性、走動式硬化材料，探討分別承受循環負荷為 $-P \leq V \leq 3P$ 、 $P \leq V \leq 3P$ 的作用，並將逐步法的分析結果與 MATLAB 安定分析所得之安定極限負載做比對。

由 ABAQUS 分析得知彈性安定極限負載係數與 MATLAB 安定分析所得之安定極限負載比對，分析結果具有良好的吻合度。藉由分析結果得知：

本文所考慮之完美彈塑性三桿件桁架結構，承受之循環負荷 $-P \leq V \leq 3P$ ，當結構承受超過安定極限負載時會發生低週期破壞。

而本文所考慮之非線性走動式硬化三桿件桁架結構，承受之循環負荷 $P \leq V \leq 3P$ ，在結構承受超過安定極限負載時會有棘輪反應。

五、參考文獻

- [1] J. A. König, G. Maier, "Shakedown analysis of elastoplastic structures: a review of recent developments," Nuclear Engineering and Design, Vol. 66, No. 1, 1981, pp. 81-95,
- [2] J. A. König, Shakedown of Elastic-Plastic Structure, Amsterdam, Elsevier, 1987
- [3] D. Weichert and G. Maier, Inelastic Behaviour of Structures under Variable Repeated Loads: Direct Analysis Methods. New York, Springer, 2002.
- [4] M. Staat and M. Heitzer, "Numerical methods for limit and shakedown analysis: deterministic and probabilistic problems," John von Neumann Institute for Computing, 2003.

- [5] D. Weichert and A. Ponter, Limit States of Materials and Structures: Direct Methods, New York, Springer, 2009
- [6] R. Hill, "The mathematical theory of plasticity," Clarendon Press, Oxford, 1950
- [7] P. J. Armstrong and C. O. Frederick, "A mathematical representation of the multiaxial baushinger effect (CEGB Report RD/B/N/731)," Berkeley: Berkeley Nuclear Laboratories, 1966
- [8] F. Dunne and N. Petrinic, "Introduction to computational plasticity," Oxford University Press Inc., New York, 2005

六、ABAQUS 與 MATLAB 安定極限負載係數 $P/\sigma_y A_0$ 計算結果

	三桿件桁架結構			
	完美彈塑性		走動式硬化	
	ABAQUS	MATLAB	ABAQUS	MATLAB
$P \leq V \leq 3P$	—	—	2.500	2.500
$-P \leq V \leq 3P$	0.625	0.625	—	—

七、圖片

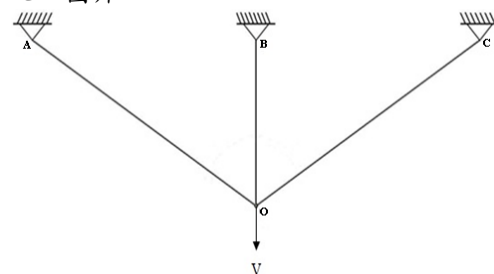


圖 1 三桿件桁架結構示意圖

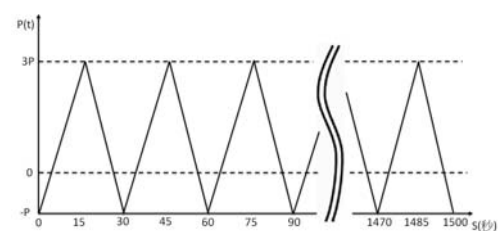


圖 2 循環負載示意 ($-P \leq V \leq 3P$)

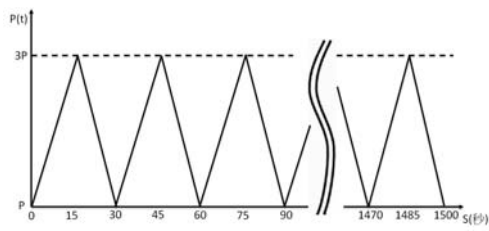


圖 3 循環負載示意($-P \leq V \leq 3P$)

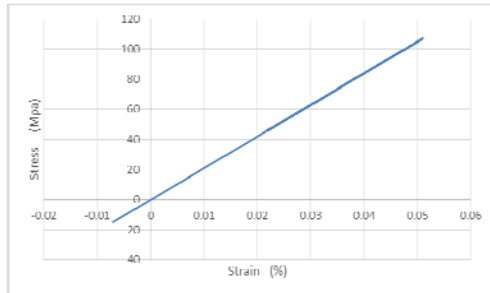


圖 4 OA 桿件應力應變關係
(完美彈塑性、 $-P \leq V \leq 3P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 0.625$)

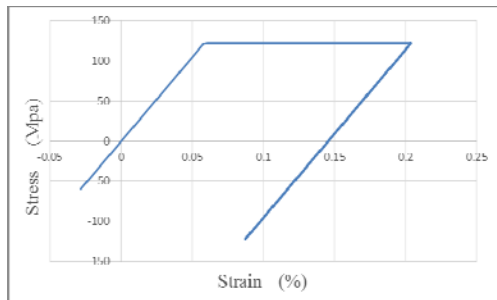


圖 5 OB 桿件應力應變關係
(完美彈塑性、 $-P \leq V \leq 3P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 0.625$)

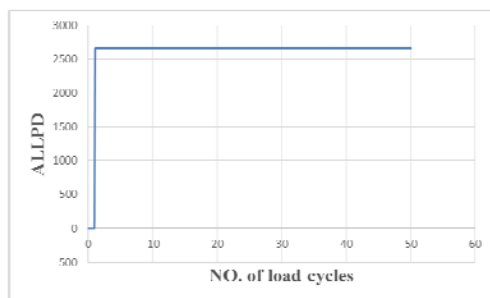


圖 6 OB 桿件呈現之塑性耗散的變化
(完美彈塑性、 $-P \leq V \leq 3P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 0.625$)

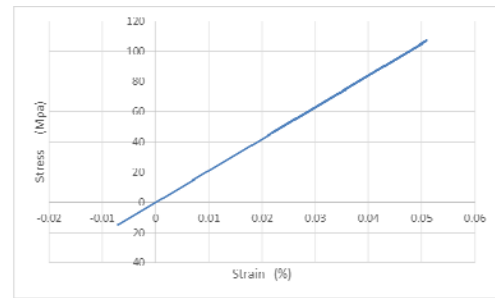


圖 7 OA 桿件應力應變關係
(完美彈塑性、 $-P \leq V \leq 3P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 0.626$)

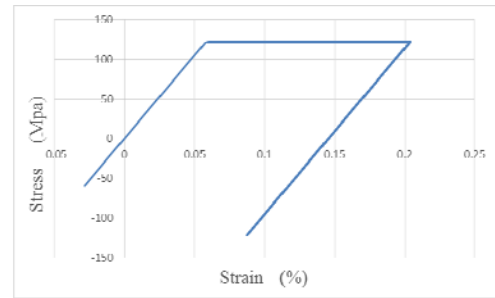


圖 8 OB 桿件結構應力應變關係
(完美彈塑性、 $-P \leq V \leq 3P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 0.626$)

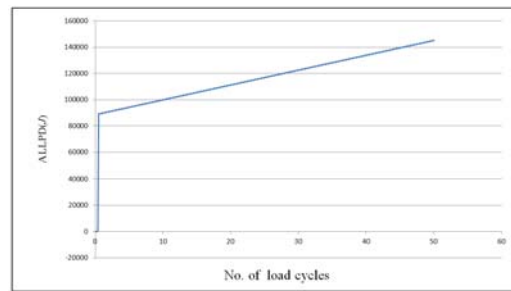


圖 9 OB 桿件之塑性耗散的變化
(完美彈塑性、 $-P \leq V \leq 3P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 0.626$)

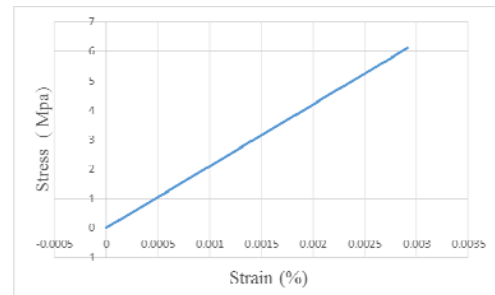


圖 10 OA 桿件純彈性時應力應變關係
(走動式硬化、 $P \leq V \leq 3P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 2.500$)

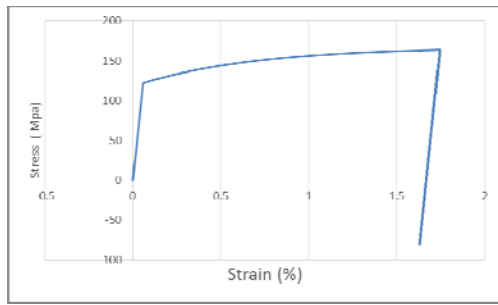


圖 11 OB 桿件應力應變關係
(走動式硬化、 $P \leq V \leq 3P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 2.500$)

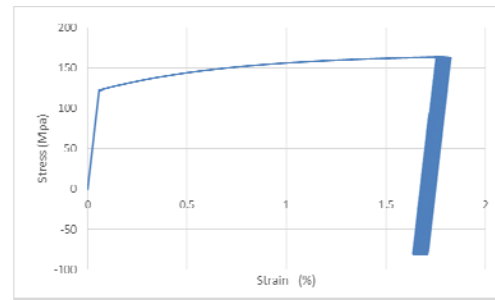


圖 15 OB 桿件應力應變關係
(走動式硬化、 $P \leq V \leq 3P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 2.501$)

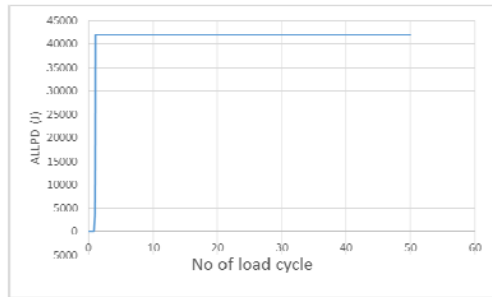


圖 12 OB 桿件呈現之塑性耗散的變化
(走動式硬化、 $P \leq V \leq 3P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 2.500$)

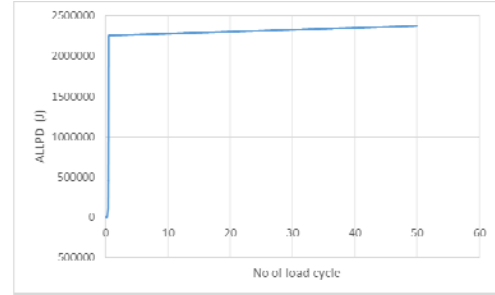


圖 16 OB 桿件之塑性耗散的變化
(走動式硬化、 $P \leq V \leq 3P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 2.501$)

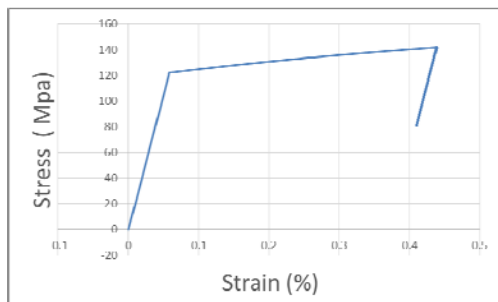


圖 13 OA 桿件應力應變關係
(走動式硬化、 $P \leq V \leq 3P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 2.501$)

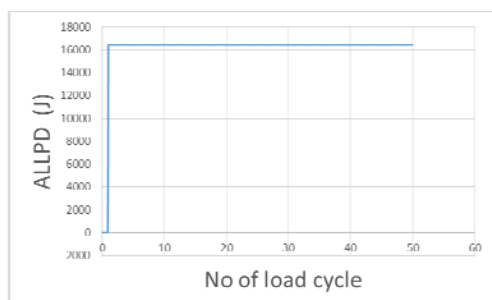


圖 14 OA 桿件之塑性耗散的變化
(走動式硬化、 $P \leq V \leq 3P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 2.501$)